

## CHAPITRE IV.

LES SEICHES LONGITUDINALES GLOBALES  
DU LAC TANGANIKA.

Le lac Tanganika s'étend approximativement du 3° au 9° parallèle sud et du 29° au 31° méridien est. Sa longueur totale dépasse ainsi 650 km, sur une cinquantaine de km de largeur moyenne, et l'extrémité sud du lac se trouve 240 km plus à l'est que son extrémité nord.

L'altitude du lac est de 775 m; c'est le niveau moyen du lac au-dessus du niveau de la mer : on sait que ce niveau moyen a subi au cours des temps d'importantes fluctuations, entraînant des modifications considérables des rives du lac. Pour tout ce qui concerne ces fluctuations, nous renvoyons aux ouvrages de A. CARSON, E. DEVROEY, F. G. S. GILLMAN, M. G. HEINRICHS, R. SIEGER et L. STAPPERS<sup>(83)</sup>. Sa profondeur maxima atteint 1.470 m (à quelques km de la côte ouest, à hauteur des monts Marungu), et sa profondeur moyenne est d'environ 800 m.

Malgré l'étendue énorme de cette masse d'eau (plus de 32.00 km<sup>2</sup> de superficie totale), on peut envisager la possibilité de seiches affectant la masse entière du lac, bien que les conditions de pression atmosphérique nécessaires à l'excitation directe de seiches globales ne puissent probablement être réalisées qu'exceptionnellement; aussi faudra-t-il, à première vue, plutôt s'attendre à observer des seiches longitudinales partielles. Néanmoins, il reste indispensable de rechercher par les calculs quelques-uns des modes d'oscillation propres globaux du lac : on a vu (pp. 76 sqq.) que pour déterminer si un lac composé apparemment de plusieurs bassins se comporte réellement comme tel, il faut examiner sa courbe d'impédance  $\Xi(v) = \zeta/u$  au voisinage des détroits et étranglements. Or, la construction de cette courbe exige précisément le calcul des modes normaux globaux; ce sera donc là l'objet du présent chapitre.

---

<sup>(83)</sup> CARSON, A., *The Rise and Fall of Lake Tanganyika*, Quart. Journ. Geolog. Soc., 48 (1892), p. 401; DEVROEY, E., *Le problème de la Lukuga*, Inst. Roy. Col. Belge Bruxelles, 1938, pp. 123-127; ID., *A propos de la stabilisation du niveau du lac Tanganika*, Bruxelles, Falk, 1949; GILLMAN, F. G. S., *Hydrology of Lake Tanganyika*, Geolog. Survey Dept., Dahr-es-Salam, 1931; HEINRICHS, M. G., *Les fluctuations de niveau du lac Tanganika*, Bull. Séances I.R.C.B., 7 (1936), pp. 366-385; SIEGER, R., *The Rise and Fall of Lake Tanganyika*, Quart. Journ. Geolog. Soc., 49 (1893), p. 579; STAPPERS, L., *Sondages dans le lac Tanganika*, Rev. Cong., 1913, pp. 116-118; ID., *Recherches bathymétriques sur les lacs Moero et Tanganika*, Ann. Biologie Lacustre, 1914, pp. 83-114.

## § 1. DONNÉES BATHYMÉTRIQUES ET GÉOGRAPHIQUES.

Les données relatives au lac Tanganika ont été recueillies au cours de l'exploration hydrobiologique du lac effectuée en 1946-1947 par un groupe de savants belges <sup>(84)</sup>. La carte utilisée pour les calculs a été publiée par M. A. CAPART <sup>(85)</sup>.

Elle comprend deux cartes complètes du lac, à l'échelle 1/500.000<sup>e</sup>, dont l'une donne les principales lignes isobathes (50, 100, 250, 500, 750, 1.000, 1.250 et 1.400 m) et l'autre les tracés et cotes des échosondages — ces deux cartes se complétant du reste l'une l'autre — et deux cartes partielles, représentant seulement l'extrémité nord du lac, à l'échelle de 1/200.000<sup>e</sup>, la première donnant à nouveau les isobathes, et la seconde les tracés et cotes des échosondages.

Tout comme pour le lac de Genève (cf. chapitre III), on a procédé ici à une légère « rectification » du contour du lac (4 % environ de la surface totale du lac ont ainsi été « rognés »). Quant à la baie de Burton, elle a été entièrement négligée ici, tant à cause de ses très faibles profondeurs et étendue relatives, qu'à cause de sa situation géographique particulière (cf. pl. II ; les zones « rognées » sont hachurées).

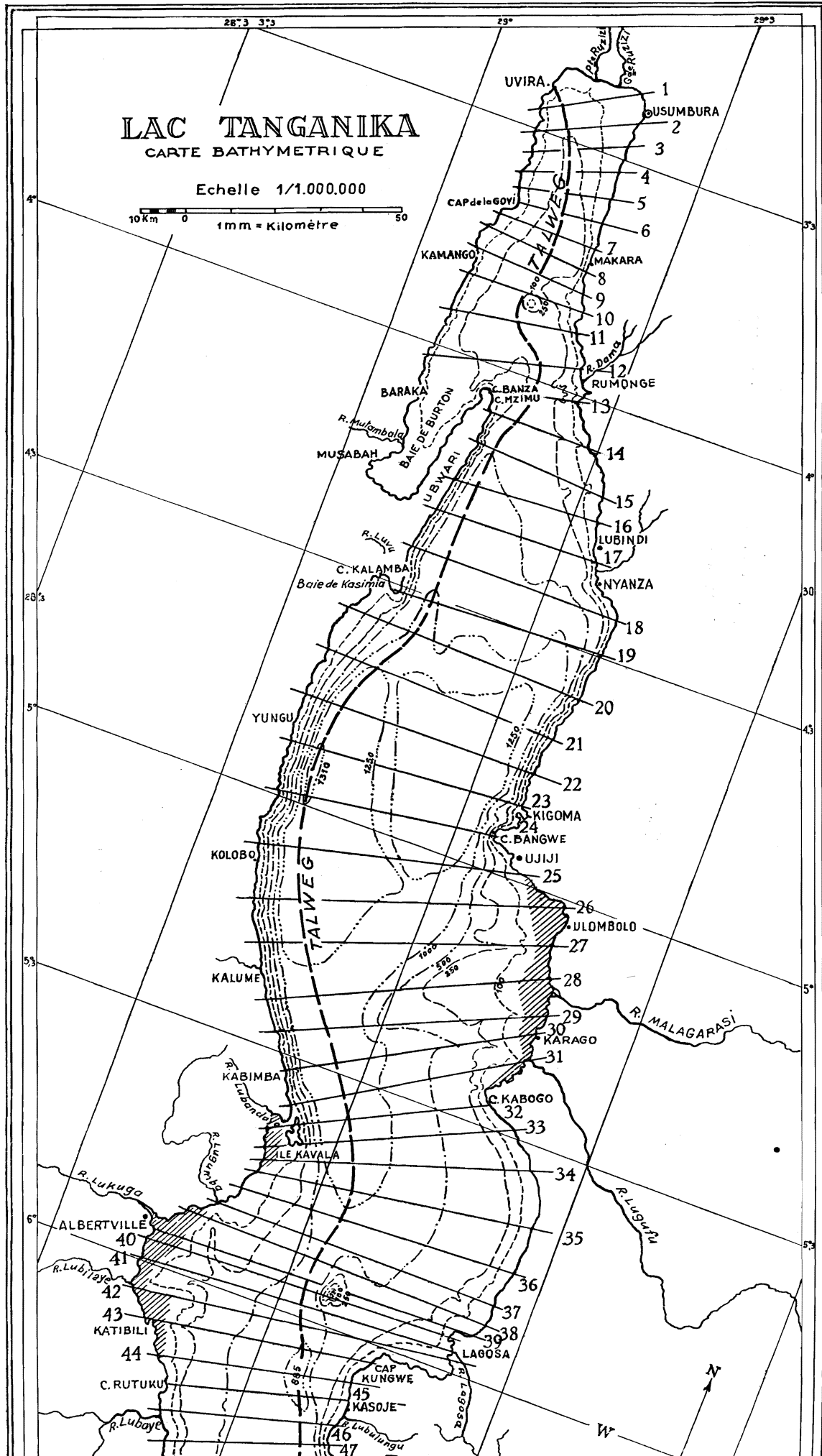
Le lac a ensuite été divisé, dans le sens de la longueur, en 89 compartiments, numérotés de 1 à 89 en commençant par l'extrémité nord et en terminant par l'extrémité sud. Les résultats des mesures effectuées sur la carte se trouvent consignés dans la table suivante; les notations sont les mêmes que celles utilisées pour le lac de Genève (cf. p. 91).

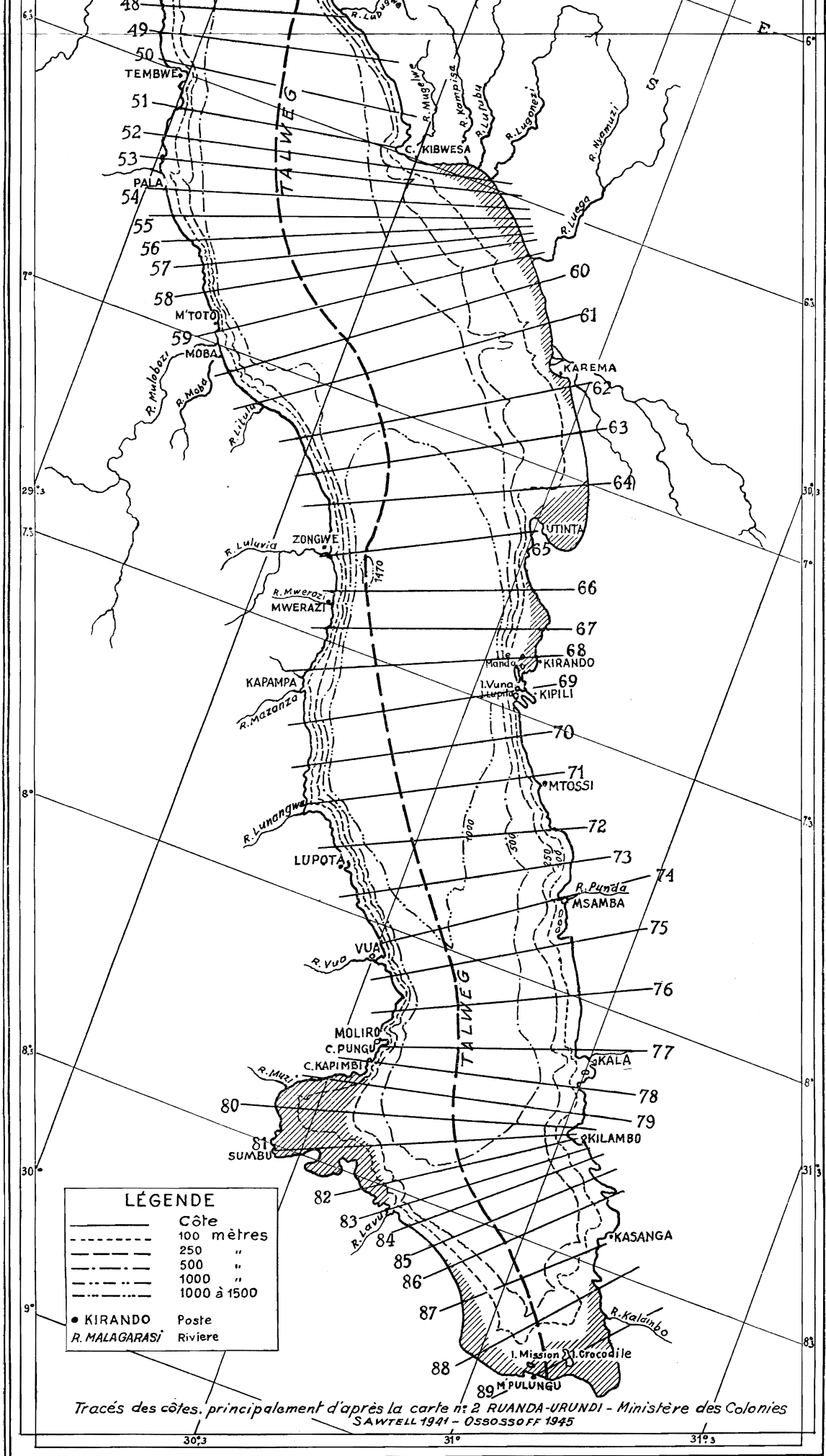
Section n°	$\Delta x$ km	$x$ km	$S(x)$ km <sup>2</sup>	$b(x)$ km	$\sigma(v)$ 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup>	$\beta(x)$ km	$\tau(v)$ 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup>	$\Delta v$ km <sup>2</sup>	$v(x)$ km <sup>2</sup>
1	5,5	5,5	2,35	24	5,64	20,73	4,87	114	114
2	5	10,5	3,24	25	8,10	25,60	8,29	128	242
3	5	15,5	3,31	23	7,62	23,80	7,88	119	361
4	5	20,5	3,42	23	7,87	23,80	8,14	119	480
5	5	25,5	3,68	21,5	7,91	21,40	7,88	107	587
6	5	30,5	4,25	21	8,92	21,20	9,01	106	693
7	5	35,5	4,95	24	11,87	22,40	11,09	112	805
8	5	40,5	5,45	26	14,18	24,60	13,41	123	928
9	5	45,5	5,21	28,5	14,86	25,40	13,23	127	1.055
10	5	50,5	5,68	27,5	15,61	28,00	15,90	140	1.195
11	10	60,5	7,23	31,5	22,77	22,50	16,27	225	1.420
12	11	71,5	8,17	36,5	29,81	30,73	25,11	338	1.758
13	5	76,5	4,82	22	10,61	27,40	13,21	137	1.895
14	8	84,5	5,66	27	15,27	23,50	13,30	188	2.083
15	9,5	94	8,84	31,5	27,84	26,10	23,07	248	2.331
16	9,5	103,5	13,25	35	46,37	25,05	33,19	238	2.569
17	9	112,5	21,01	39	81,95	34,00	71,43	306	2.875
18	9,5	122	23,73	50	118,6	47,37	112,41	450	3.325
19	10	132	43,13	49	211,3	51,90	223,84	519	3.844
20	10	142	54,51	57,5	313,4	64,50	351,59	645	4.489

<sup>(84)</sup> Cf. LELOUP, E., *Exploration hydrobiologique du lac Tanganika*, vol. II, fasc. 1, Bruxelles, Institut royal des Sciences naturelles de Belgique, 1949.

<sup>(85)</sup> CAPART, A., *ibid.*, vol. II, fasc. 2.







LÉGENDE	
—	Côte
- - - -	100 mètres
- - - -	250 "
- - - -	500 "
- - - -	1000 "
- - - -	1000 à 1500
●	KIRANDO Poste
R. MALAGARASI	Rivière

Tracés des côtes, principalement d'après la carte n° 2 RUANDA-URUNDI - Ministère des Colonies SAWTELL 1941 - OSSOSSOFF 1945

Section n°	$\Delta x$ km	$x$ km	$S(x)$ km <sup>2</sup>	$b(x)$ km	$\sigma(v)$ 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup>	$\beta(x)$ km	$\tau(v)$ 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup>	$\Delta v$ km <sup>2</sup>	$v(x)$ km <sup>2</sup>
21	13	155	61,67	55	339,2	43,23	266,60	562	5.051
22	10	165	64,9	55	357,2	57,70	374,47	577	5.628
23	11,5	176,5	65,1	55,5	361,5	42,00	273,42	483	6.411
24	11,5	188	60,3	51	307,8	41,13	248,01	473	6.584
25	12,5	200,5	62,9	61	383,6	47,44	298,40	593	7.177
26	11,5	212	59,5	65	386,7	50,26	299,05	578	7.755
27	10	222	53,4	64,5	344,4	57,10	304,91	571	8.326
28	9,5	231,5	38,5	63	242,5	55,58	213,98	528	8.854
29	10	241,5	30,0	57	171,0	50,90	152,70	509	9.363
30	9,5	251	37,2	55,5	206,5	50,95	189,53	484	9.847
31	10	261	31,6	51	161,2	47,40	149,78	474	10.321
32	4	265	30,6	45	137,7	60,00	183,60	240	10.561
33	4,5	269,5	28,7	50	143,5	52,89	151,79	238	10.799
34	4,5	274	33,9	59,5	201,7	64,00	216,96	288	11.087
35	4	278	34,0	65	221,0	75,50	256,70	302	11.389
36	7,5	285,5	31,1	66,5	206,8	74,93	233,03	562	11.951
37	7,5	293	26,6	69,5	184,9	78,67	209,26	590	12.541
38	5	298	23,9	70	167,3	70,40	168,26	352	12.893
39	5	303	19,9	71	141,3	69,60	138,50	348	13.241
40	1,5	304,5	18,2	67,5	122,8	69,33	126,18	104	13.345
41	3,5	308	24,7	69	170,4	63,14	155,96	221	13.566
42	5	313	22,5	71,5	160,9	69,00	155,25	345	13.911
43	5	318	22,7	50	113,5	58,80	133,48	294	14.205
44	5	323	22,9	45	103,0	54,00	123,66	270	14.475
45	5,5	328,5	21,2	43,5	92,3	44,00	93,28	242	14.717
46	5	333,5	20,5	42	86,1	47,00	96,35	235	14.952
47	5	338,5	20,4	39	79,6	42,20	86,09	211	15.163
48	7	345,5	20,9	41	85,8	37,14	77,62	260	15.423
49	7	352,5	27,1	48	130,2	44,71	121,16	313	15.736
50	10	362,5	29,4	54	158,8	48,00	141,12	480	16.216
51	9,5	372	31,0	51	158,0	49,58	153,70	471	16.687
52	5	377	32,9	65	213,8	53,80	177,00	269	16.956
53	5	382	34,3	73	250,4	64,40	220,89	322	17.278
54	5	387	34,8	76	264,5	68,00	236,64	340	17.618
55	5,5	392,5	36,1	76,5	276,2	66,55	240,25	366	17.984
56	5	397,5	34,8	73	254,0	61,80	215,06	309	18.293
57	5,5	403	35,0	72	252,0	52,36	183,26	288	18.581
58	5	408	33,5	71,5	239,5	51,40	172,19	257	18.838
59	9,5	417,5	30,8	72,5	223,3	57,58	177,35	547	19.385
60	9,5	427	33,3	72	239,8	68,42	227,84	650	20.035
61	9,5	436,5	28,9	67	193,6	65,58	189,53	623	20.658
62	9	445,5	33,3	62	206,5	66,44	221,25	598	21.256
63	10	455,5	43,6	61	266,0	58,60	255,50	586	21.842
64	10	465,5	48,1	59	283,8	59,80	287,64	598	22.440
65	10	475,5	51,4	47	241,6	51,50	264,71	515	22.955
66	10	485,5	53,5	44	235,4	45,90	245,56	459	23.414

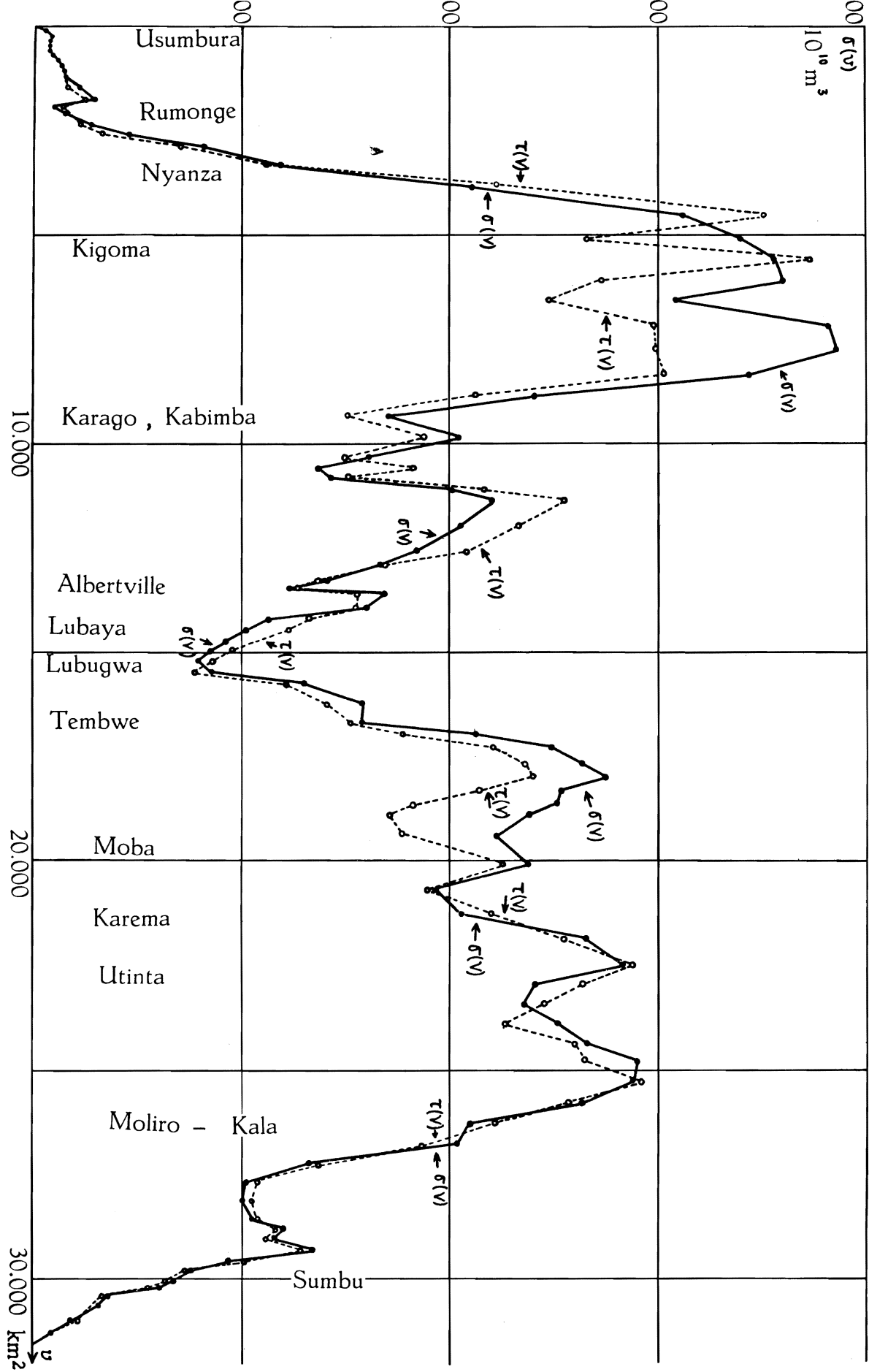


Fig. 14. — Lac Tanganyika. Courbe normale (contour « rectifié »).

Voici les calculs relatifs au dernier essai :

$$\lambda_1 = 1,71467 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}.$$

Section n°	$\zeta$ cm	$u$ $10^7 \text{ m}^3$	$\xi$ $10^3 \text{ cm}$	$\Delta\zeta$ cm
1	1.000,0000	114,0000	48,510	- 4,5748
2	995,4252	241,4144	74,511	- 6,3881
3	989,0371	359,1098	108,492	- 9,3014
4	979,7357	475,6983	139,093	-11,9249
5	967,8108	579,2541	157,406	-13,4950
6	954,3158	680,4116	169,097	-13,7257
7	940,5901	785,7577	158,739	-13,6092
8	926,9809	899,7763	165,097	-14,1543
9	912,8266	1.015,7053	194,953	-16,7140
10	896,1126	1.141,1611	200,909	-17,2246
11	878,8880	1.338,9109	185,188	-31,7536
12	847,1344	1.625,2423	193,928	-37,5205
13	809,6139	1.736,1594	360,199	-30,8811
14	778,7328	1.882,5612	332,608	-45,6250
15	733,1078	2.064,3719	233,526	-38,0399
16	695,0679	2.229,7981	168,287	-27,4129
17	667,6550	2.434,1005	115,854	-17,8786
18	649,7764	2.726,4999	114,897	-18,7160
19	631,0604	3.054,0202	70,810	-12,1416
20	618,9188	3.453,2228	63,350	-10,8624
21	608,0564	3.794,0505	61,536	-13,7168
22	594,3396	4.137,8844	63,758	-10,9324
23	583,4072	4.419,6701	67,890	-13,3870
24	570,0202	4.689,2897	77,766	-15,3344
25	554,6858	5.018,2184	79,781	-17,0998
26	537,5860	5.328,9431	89,562	-17,6605
27	519,9255	5.625,8206	105,352	-18,0644
28	501,8611	5.890,8033	153,008	-24,9242
29	476,9369	6.133,5642	204,452	-35,0568
30	441,8801	6.347,4342	170,630	-27,7945
31	414,0856	6.543,7108	207,079	-35,5072
32	378,5784	6.634,5696	216,816	-14,8707
33	363,7077	6.721,1320	234,186	-18,0698
34	345,6379	6.820,6757	201,200	-15,5246
35	330,1133	6.920,3699	203,540	-13,9602
36	316,1531	7.098,0479	228,233	-29,3508
37	286,8023	7.267,2613	273,205	-35,1342
38	251,6681	7.355,8485	307,776	-26,3867
39	225,2814	7.434,2464	373,580	-32,0283
40	193,2531	7.454,3447	409,579	-10,5344
41	182,7187	7.494,7255	303,430	-18,2099
42	164,5088	7.551,4810	335,621	-28,7740
43	135,7348	7.591,3870	334,422	-28,6712



Section n°	$\zeta$ cm	$u$ 10 <sup>7</sup> m <sup>3</sup>	$\xi$ 10 <sup>3</sup> cm	$\Delta\zeta$ cm
44	107,0636	7.620,2942	332,764	-28,5290
45	78,5346	7.639,2996	360,344	-33,9829
46	44,5517	7.649,7692	373,159	-31,9922
47	12,5595	7.652,4192	375,119	-32,1603
	Nœud			
48	- 19,6008	7.647,3230	365,901	-43,9180
49	- 63,5188	7.627,4416	281,455	-33,7822
50	- 97,3010	7.580,7371	257,848	-44,2124
51	-141,5134	7.514,0843	242,390	-39,4838
52	-180,9972	7.465,3961	226,912	-19,4540
53	-200,4512	7.400,8508	215,768	-18,4985
54	-218,9497	7.326,4079	210,529	-18,0494
55	-236,9991	7.239,6662	200,545	-18,9128
56	-255,9119	7.160,5894	205,764	-17,6409
57	-273,5528	7.081,8062	202,337	-19,0818
58	-292,6346	7.006,5991	209,152	-17,9313
59	-310,5659	6.836,7196	221,971	-36,1577
60	-346,7236	6.611,3493	198,539	-32,3407
61	-379,0643	6.375,1922	220,595	-35,9335
62	-414,9978	6.127,0235	183,995	-28,3942
63	-443,3920	5.867,1958	134,569	-23,0741
64	-466,4661	5.588,2491	116,180	-19,9210
65	-486,3871	5.337,7597	103,847	-17,8063
66	-504,1934	5.106,3349	95,446	-16,3658
67	-520,5592	4.876,7683	95,249	-16,3321
68	-536,8913	4.624,9663	83,333	-14,2889
69	-551,1802	4.373,0769	75,398	-12,9283
70	-564,1085	4.101,1766	71,201	-11,5982
71	-575,7067	3.801,8091	76,960	-13,1961
72	-588,9028	3.506,1799	83,480	-13,5984
73	-602,5012	3.225,4143	80,635	-13,8262
74	-616,3274	2.950,5323	97,057	-16,6421
75	-632,9695	2.674,5576	108,722	-18,6422
76	-651,6117	2.378,7259	103,423	-17,7336
77	-669,3453	2.078,1899	88,059	-15,0992
78	-684,4445	1.916,6610	77,285	- 6,6259
79	-691,0704	1.745,9666	77,945	- 6,6825
80	-697,7529	1.552,6891	61,129	- 5,7649
81	-703,5178	1.376,1061	69,151	- 5,9286
82	-709,4464	1.227,1224	70,932	- 6,0812
83	-715,5276	1.072,5684	72,964	- 6,2555
84	-721,7831	920,9939	69,772	- 5,9818
85	-727,7649	780,5353	87,701	- 7,5189
86	-735,2838	634,9491	77,057	- 6,6064
87	-741,8902	358,9659	64,101	-10,9912
88	-752,8814	121,8083	41,013	- 7,0324
89	-759,9138	- 3,5775	—	—

Le nœud se trouve sur une ligne passant un peu au nord de l'embouchure de la Lubugwe (côte est) et une dizaine de km au sud de l'embouchure de la Lubaya (côte ouest): cette ligne nodale partage la surface totale du lac en deux portions très sensiblement égales.

Afin de se rendre compte de la stabilité de la méthode, on a refait les mêmes calculs en n'utilisant que 45 divisions au lieu de 89, à savoir les divisions d'ordre pair seulement; les nouveaux  $\Delta x_{2i}$  sont donc égaux à la somme des anciens  $\Delta x_{2i-1} + \Delta x_{2i}$  et il en est de même pour les nouveaux  $\Delta v_{2i}$ ; quant aux grandeurs  $S(x)$  et  $b(x)$ , elles restent inchangées.

Voici le résultat de cet essai ( $\lambda_1 = 1,71467 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$ ):

Section n°	$\zeta$ cm	$u$ $10^7 \text{ m}^3$	$\xi$ $10^3 \text{ cm}$	$\Delta\zeta$ cm
2	1.000,0000	242,0000	74,691	-13,4474
4	986,5527	476,7995	139,415	-23,9051
6	962,6476	681,8434	160,434	-27,5091
8	935,1385	901,6009	165,431	-28,3660
10	906,7725	1.143,7092	201,357	-34,5261
12	872,2464	1.634,7839	200,096	-72,0507
14	800,1957	1.894,8475	334,779	-74,6245
16	725,5712	2.247,4751	169,621	-55,2745
18	670,2967	2.754,2194	116,065	-38,8076
20	631,4892	3.489,2728	64,012	-21,9519
22	609,5373	4.183,5358	64,461	-25,4217
24	584,1156	4.741,9503	78,639	-31,0132
26	553,1024	5.389,6332	90,582	-37,2764
28	515,8260	5.956,5260	154,715	-51,7306
30	464,0954	6.417,3727	172,510	-57,6806
32	406,4148	6.699,4246	218,935	-52,5562
34	353,8586	6.885,5542	203,114	-31,3446
36	322,5140	7.164,2063	230,360	-45,4240
38	277,0900	7.425,2251	310,679	-66,5890
40	210,5010	7.520,3716	413,207	-46,0534
42	164,4476	7.613,4489	338,376	-49,3173
44	115,1303	7.678,3824	335,300	-57,4929
46	57,6374	7.705,8754	375,896	-67,6764
	Nœud			
48	- 10,0390	7.701,1470	368,476	-75,8178
50	- 85,8568	7.633,0626	259,628	-75,6800
52	-161,5368	7.513,5254	228,375	-56,7802
54	-218,3170	7.368,9995	211,753	-36,3087
56	-254,6257	7.197,1272	206,814	-37,2349
58	-291,8606	7.038,0632	210,091	-37,8249
60	-329,6855	6.643,4297	199,502	-64,9952
62	-394,6807	6.161,5246	185,031	-58,6944
64	-453,3751	5.624,7285	116,938	-40,1020

Section n°	$\zeta$ cm	$u$ $10^7 \text{ m}^3$	$\xi$ $10^3 \text{ cm}$	$\Delta\zeta$ cm
66	-493,4771	5.144,0818	96,151	-32,9734
68	-526,4505	4.665,0119	84,054	-28,8250
70	-555,2755	4.143,6083	71,938	-24,0532
72	-579,3287	3.551,5344	84,560	-28,2735
74	-607,6022	2.997,4012	98,599	-33,8129
76	-641,4151	2.426,5418	105,502	-36,1802
78	-677,5953	1.962,3890	79,129	-20,3520
80	-697,9473	1.596,6647	62,861	-11,3175
82	-709,2648	1.269,6936	73,393	-12,5845
84	-721,8493	962,1858	72,893	-12,4987
86	-734,3480	675,0557	81,924	-14,0473
88	-748,3953	160,9081	54,178	-18,5795
89	-766,9748	34,3573	—	—

Si l'on compare ces résultats avec ceux obtenus précédemment, on constate que l'écart entre les deux valeurs de  $\zeta$  au même point varie de manière assez régulière, tout en restant faible (quelques décimètres au maximum, avec les valeurs choisies ici); le nœud est déplacé d'environ 2,6 km vers le sud (par rapport aux résultats précédents). Quant à la période, si l'on considère l'ordre de grandeur du « résidu »  $u_{89}$  laissé par les derniers calculs, il faut s'attendre à trouver, au cas où l'on effectuerait de nouveaux essais avec 45 divisions, une période fondamentale de 30 à 40 sec. plus courte que celle obtenue précédemment.

La fonction propre  $u(v)$  enfin est également très peu altérée par la simplification introduite dans les calculs.

Bien entendu, pour les modes plus élevés (à deux et à trois nœuds) ces écarts deviendront plus considérables; aussi a-t-on préféré, dans tous les calculs relatifs aux seiches longitudinales du Tanganika, s'en tenir à 89 divisions; les calculs s'en trouvent un peu allongés, mais les résultats sont plus sûrs, et il y a grand avantage, pour la vérification de l'orthogonalité des fonctions propres  $u(v)$  correspondant aux trois modes étudiés, à utiliser le même nombre de divisions dans les trois cas.

Néanmoins, le présent essai constitue une belle illustration de la stabilité de la méthode de DEFANT.

b) Deuxième mode (seiche binodale). — Les derniers essais ont été effectués avec des valeurs propres  $\lambda_2$  égales à  $5,86153 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$  et  $5,88500 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$ , auxquelles correspondent des périodes  $T_2$  égales à 8.299 sec. = 2 h. 18 min. 19 sec. et 8.282 sec. = 2 h. 18 min. 2 sec. Les « résidus »  $u_{89}$  respectifs sont de  $-22,5656 \times 10^7 \text{ m}^3$  et de  $1,8896 \times 10^7 \text{ m}^3$ . Une interpolation linéaire (cf. p. 113) fournit alors la valeur « améliorée »  $\lambda_2 = 5,88319$

$\times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$ , à laquelle correspond la période  $T_2 = 8.283,8 \text{ sec.} = 2 \text{ h. } 18 \text{ min. } 3,8 \text{ sec.}$

C'est cette dernière valeur qui sera à nouveau considérée comme définitive.

Voici les calculs relatifs au dernier essai ( $\lambda_2 = 5,88500 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$ ) :

Section n°	$\zeta$ cm	$u$ $10^7 \text{ m}^3$	$\xi$ $10^3 \text{ cm}$	$\Delta\zeta$ cm
1	1.000,0000	114,0000	48,510	-15,7015
2	984,2985	239,9902	74,071	-21,7954
3	962,5031	354,5281	107,108	-31,5165
4	930,9866	465,3155	136,057	-40,0348
5	890,9518	560,6473	152,350	-44,8290
6	846,1228	650,3363	153,020	-45,0261
7	801,0967	740,0591	149,507	-43,9924
8	757,1043	833,1829	152,878	-44,9844
9	712,1199	923,6221	177,279	-52,1643
10	659,9556	1.016,1059	178,876	-52,6343
11	607,3213	1.152,6632	159,428	-93,8234
12	513,4979	1.326,2255	162,329	-105,0837
13	408,4142	1.382,1782	286,759	-84,3788
14	324,0354	1.443,0969	254,964	-120,0371
15	203,9983	1.493,6885	168,969	-94,4663
16	109,5320	1.519,7571	114,699	-64,1253
17	45,4067	1.533,6515	72,996	-38,6623
18	6,7444	1.536,6865	64,757	-36,2040
	Nœud			
19	- 29,4596	1.521,3970	35,275	-20,7593
20	- 50,2189	1.489,0058	27,316	-16,0755
21	- 66,2944	1.451,7483	23,541	-18,0100
22	- 84,3044	1.403,1047	21,619	-12,7228
23	- 97,0272	1.356,2406	20,833	-14,0993
24	-111,1265	1.303,6778	21,620	-14,6319
25	-125,7584	1.229,1031	19,541	-14,3748
26	-140,1332	1.148,1061	19,296	-13,0590
27	-153,1922	1.060,6334	19,862	-11,6888
28	-164,8810	973,5762	25,288	-14,1379
29	-179,0189	882,4556	29,415	-17,3107
30	-196,3296	787,4321	21,168	-11,8345
31	-208,1641	688,7623	21,796	-12,8269
32	-220,9910	635,7245	20,775	- 4,8904
33	-225,8814	581,9647	20,278	- 5,3701
34	-231,2515	515,3643	15,202	- 4,0259
35	-235,2774	444,3105	13,068	- 3,0762
36	-238,3536	310,3558	9,979	- 4,4045
37	-242,7581	167,1285	6,283	- 2,7732

Section n°	$\zeta$ cm	$u$ $10^7 \text{ m}^3$	$\xi$ $10^3 \text{ cm}$	$\Delta\zeta$ cm
38	-245,5313	80,7015	3,377	- 0,9937
	Ventre			
39	-246,5250	- 5,0892	- 0,2557	0,0752
40	-246,4498	- 30,7200	- 1,688	0,1490
41	-246,3008	- 85,1525	- 3,447	0,7100
42	-245,5908	-169,8813	- 7,550	2,2216
43	-243,3692	-241,4318	-10,636	3,1296
44	-240,2396	-306,2965	-13,375	3,9356
45	-236,3040	-363,4821	-17,145	5,5494
46	-230,7546	-417,7094	-20,376	5,9956
47	-224,7590	-465,1335	-22,801	6,7092
48	-218,0498	-521,8264	-24,968	10,2856
49	-207,7642	-586,8566	-21,655	8,9208
50	-198,8434	-682,3014	-23,208	13,6579
51	-185,1855	-769,5238	-24,823	13,8779
52	-171,3076	-815,6055	-24,790	7,2945
53	-164,0131	-868,4177	-25,318	7,4498
54	-156,5633	-921,6492	-26,484	7,7929
55	-148,7704	-976,0992	-27,039	8,7518
56	-140,0186	-1.019,3649	-29,292	8,6192
57	-131,3994	-1.057,2079	-30,206	9,7769
58	-121,6225	-1.088,4649	-32,491	9,5605
59	-112,0620	-1.149,7628	-37,330	20,8703
60	- 91,1917	-1.209,0374	-36,307	20,2983
61	- 70,8934	-1.253,2040	-43,363	24,2432
62	- 46,6502	-1.281,1008	-38,471	20,3762
63	- 26,2740	-1.296,4974	-29,736	17,4996
64	- 8,7744	-1.301,7445	-27,063	15,9266
	Nœud			
65	7,1522	-1.298,0611	-25,254	14,8620
66	22,0142	-1.287,9566	-24,074	14,1675
67	36,1817	-1.272,0005	-24,844	14,6207
68	50,8024	-1.248,1742	-22,490	13,2354
69	64,0378	-1.218,9089	-21,016	12,3679
70	76,4057	-1.182,0814	-20,522	11,4733
71	87,8790	-1.136,3843	-23,004	13,5379
73	101,4169	-1.085,4730	-25,845	14,4493
73	115,8662	-1.031,4794	-25,787	15,1756
74	131,0418	-973,0348	-32,008	18,8367
75	149,8785	-907,6878	-36,898	21,7145
76	171,5930	-829,7846	-36,078	21,2319
77	192,8249	-743,2062	-31,492	18,5330
78	211,3579	-693,3257	-27,957	8,2263
79	219,5842	-639,0884	-28,531	8,3952
80	227,9794	-575,9381	-22,675	7,3393
81	235,3187	-516,8731	-25,974	7,6428

Section n°	$\zeta$ cm	$u$ $10^7 \text{ m}^3$	$\xi$ $10^8 \text{ cm}$	$\Delta\zeta$ cm
82	242,9615	-465,8512	-26,928	7,9236
83	250,8851	-411,6600	-28,004	8,2402
84	259,1253	-357,2437	-27,064	7,9636
85	267,0889	-305,6955	-34,348	10,1069
86	277,1958	-250,8107	-30,438	8,9564
87	286,1522	-144,3621	-25,779	15,1709
88	301,3231	- 49,4453	-16,648	9,7973
89	311,1204	1,8896	—	—

Le nœud septentrional se trouve à une dizaine de km au sud de Nyanza et coïncide approximativement avec le parallèle passant à cet endroit; le nœud méridional se trouve à 5 km environ au nord de la ligne Zongwe (côte ouest) — Utinta (côte est).

c) Troisième mode (seiche trinodale). — Les derniers essais ont été effectués avec des valeurs propres  $\lambda_3$  égales à  $9,420 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$  et  $9,813 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$ , auxquelles correspondent des périodes  $T_3$  égales à 6.546 sec. = 1 h. 49 min. 06 sec. et 6.414 sec. = 1 h. 46 min. 54 sec.

Les « résidus » respectifs  $u_{89}$  sont de  $218,9797 \times 10^7 \text{ m}^3$  et de  $0,1914 \times 10^7 \text{ m}^3$ .

L'interpolation linéaire n'étant guère praticable dans ce cas, on adoptera comme définitif le résultat obtenu par le dernier essai ( $\lambda_3 = 9,813 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$ ,  $T_3 = 6.414 \text{ sec.} = 1 \text{ h. } 46 \text{ min. } 54 \text{ sec.}$ ).

Voici les calculs relatifs à ce dernier essai :

Section n°	$\zeta$ cm	$u$ $10^7 \text{ m}^3$	$\xi$ $10^8 \text{ cm}$	$\Delta\zeta$ cm
1	1.000,0000	114,0000	48,510	- 26,1816
2	973,8184	238,6488	73,657	- 36,1398
3	937,6786	350,2326	105,810	- 51,9157
4	885,7629	455,6384	133,228	- 65,3683
5	820,3946	543,4206	147,669	- 72,4538
6	747,9408	622,7023	146,518	- 71,8891
7	676,0517	698,4201	141,095	- 69,2283
8	606,8234	773,0594	141,846	- 69,5967
9	537,2267	841,2872	161,475	- 79,2277
10	457,9990	905,4071	159,403	- 78,2111
11	379,7879	990,8594	137,048	-134,4852
12	245,3027	1.073,7717	131,429	-141,8684
13	103,4343	1.087,9422	225,714	-110,7466
	Nœud			
14	- 7,3123	1.086,5675	191,973	-150,7065
15	-158,0188	1.047,3788	118,482	-110,4531

Section n°	$\zeta$ cm	$u$ $10^7 \text{ m}^3$	$\xi$ $10^8 \text{ cm}$	$\Delta\zeta$ cm
16	-268,4719	983,4825	74,225	- 69,1951
17	-337,6670	880,1564	41,892	- 36,9978
18	-374,6648	711,5572	29,986	- 27,9540
19	-402,6188	502,5980	11,653	- 11,4351
20	-414,0539	235,5332	4,321	- 4,2402
21	-418,2941	0,4519	0,0073	- 0,0093
	Ventre			
22	-418,3034	-240,9092	- 3,712	3,6426
23	-414,6608	-441,1904	- 6,777	7,6478
24	-407,0130	-633,7075	- 10,509	11,8594
25	-395,1536	-868,0336	- 13,800	16,9274
26	-378,2262	-1.086,6483	- 18,263	20,6097
27	-357,6165	-1.290,8473	- 24,173	23,7210
28	-333,8955	-1.467,1441	- 38,108	35,5256
29	-298,3699	-1.619,0144	- 53,967	52,9578
30	-245,4121	-1.737,7939	- 46,715	43,5494
31	-201,8627	-1.833,4768	- 58,021	56,9360
32	-144,9267	-1.868,2592	- 61,054	23,9649
33	-120,9618	-1.897,0481	- 66,099	29,1883
34	- 91,7735	-1.923,4789	- 56,740	25,0555
35	- 66,7180	-1.943,6277	- 57,166	22,4388
36	- 44,2792	-1.968,5126	- 63,296	46,5843
	Nœud			
37	2,3051	-1.967,1526	- 73,953	54,4276
38	56,7327	-1.947,1827	- 81,472	39,9742
39	96,7069	-1.913,5287	- 96,157	47,1794
40	143,8863	-1.898,5645	-104,317	15,3549
41	159,2412	-1.863,3722	- 75,440	25,9102
42	185,1514	-1.799,4950	- 79,978	39,2412
43	224,3926	-1.733,5236	- 76,367	37,4695
44	261,8621	-1.662,8208	- 72,612	35,6761
45	297,5382	-1.590,8166	- 75,039	40,4997
46	338,0379	-1.511,3777	- 73,726	36,1737
47	374,2116	-1.432,4191	- 70,217	34,4520
48	408,6636	-1.326,1666	- 63,453	43,5865
49	452,2501	-1.184,6123	- 43,713	30,0269
50	482,2770	- 953,1193	- 32,419	31,8128
51	514,0898	-710,9830	- 22,935	21,3808
52	535,4706	-566,9414	- 17,232	8,4549
53	543,9255	-391,7974	- 11,423	5,6047
54	549,5302	-204,9571	- 5,890	2,8899
55	552,4201	- 2,7713	- 0,0768	0,0414
	Ventre			
56	552,4615	167,9393	4,826	- 2,3679
57	550,0936	326,3663	9,325	- 5,0328
58	545,0608	466,4469	13,924	- 6,8318
59	538,2290	760,8582	24,703	- 23,0290
60	515,2000	1.095,7382	32,905	- 30,6752

Section n°	$\zeta$ cm	$u$ $10^7 \text{ m}^3$	$\xi$ $10^3 \text{ cm}$	$\Delta\zeta$ cm
61	484,5248	1.397,5971	48,360	- 45,0829
62	439,4419	1.660,3834	49,861	- 44,0357
63	395,4062	1.892,0914	43,397	- 42,5855
64	352,8207	2.103,0782	43,723	- 42,9054
65	309,9153	2.262,6846	44,021	- 43,1978
66	266,7175	2.385,1079	44,581	- 43,7473
67	222,9702	2.483,4378	48,505	- 47,5980
68	175,3722	2.565,6874	46,229	- 45,3645
69	130,0077	2.625,1009	45,260	- 44,4136
70	85,5941	2.666,3573	46,291	- 43,1541
71	42,4400	2.688,4261	54,422	- 53,4043
	Nœud			
72	- 10,9643	2.682,9220	63,879	- 59,5502
73	- 70,5145	2.650,0622	66,252	- 65,0131
74	-135,5276	2.589,6169	85,185	- 83,5920
75	-219,1196	2.494,0808	101,385	- 99,4891
76	-318,6087	2.349,4325	102,149	-100,2388
77	-418,8475	2.161,3700	91,583	- 89,8704
78	-508,7179	2.041,3126	82,311	- 40,3859
79	-549,1038	1.905,6840	85,075	- 41,7420
80	-590,8458	1.742,0197	68,583	- 37,0153
81	-627,8611	1.584,4266	79,619	- 39,0651
82	-666,9262	1.444,3721	83,490	- 40,9644
83	-707,8906	1.291,4677	87,855	- 43,1061
84	-750,9967	1.133,7584	85,891	- 42,1424
85	-793,1391	980,6826	110,189	- 54,0642
86	-847,2033	812,9363	98,657	- 48,4061
87	-895,6094	479,7696	85,673	- 84,0709
88	-979,6803	171,1703	57,633	- 56,5553
89	-1.036,2356	0,1914	—	—

Le nœud septentrional se trouve à une douzaine de km au sud de Rumonge et coïncide approximativement avec le parallèle passant par cet endroit. Le nœud central se trouve à 10 km environ au nord d'Albertville et coïncide également avec le parallèle de l'endroit. Le nœud méridional passe à 8 km environ au sud de la ligne Kala (côte est) — Moliro (côte ouest).

d) Remarques diverses à propos de calcul des trois premiers modes. — Afin de se rendre compte de l'effet de la « rectification » du contour du lac, il était intéressant de faire les calculs avec un lac Tanganika non « rectifié ». Il y a alors lieu de dresser une nouvelle table de données bathymétriques et géographiques, qu'il est inutile de reproduire ici. On trouve les résultats suivants :

1° Mode fondamental (seiche uninodale).  $\lambda_1 = 1,638903 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$  (valeur « améliorée », obtenue par interpolation linéaire), d'où  $T_1 = 15.694 \text{ sec}$ .



= 4 h. 21 min. 34 sec. L'écart sur la valeur propre atteint environ 4,4 %; celui sur la période est de 2,27 %.

Le nœud du lac non « rectifié » passe 4 ou 5 km au sud de celui du lac « rectifié ».

2° Deuxième mode (seiche binodale).  $\lambda_2 = 5,6809 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$  (valeur « améliorée », obtenue par interpolation linéaire), d'où  $T_2 = 8,429 \text{ sec.} = 2 \text{ h. } 20 \text{ min. } 29 \text{ sec.}$  L'écart sur la valeur propre est voisin de 3,46 %; celui sur la période est de 1,75 % environ.

Le nœud septentrional du lac non « rectifié » se trouve 6 km environ au sud de celui du lac « rectifié »; quand au nœud méridional du lac non « rectifié », il se trouve approximativement 15 km plus au sud que celui du lac « rectifié ».

3° Troisième mode (seiche trinodale).  $\lambda_3 = 9,0935 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$  (valeur « améliorée » par interpolation linéaire), d'où  $T_3 = 6,663 \text{ sec.} = 1 \text{ h. } 51 \text{ min. } 3 \text{ sec.}$  L'écart sur la valeur propre est de 7,33 % environ et celui sur la période, de 3,88 %.

Le nœud septentrional du lac non « rectifié » se trouve 3 ou 4 km au sud de celui du lac « rectifié »; pour le nœud central, l'écart est de 6 ou 7 km vers le sud et pour le nœud méridional, il atteint 12 ou 13 km, toujours vers le sud.

Durant le mois d'août 1955, nous avons pu contrôler certains de nos calculs au moyen de la machine à calculer électronique appartenant au C.E.C.E. (Comité d'Étude et d'Exploitation des Calculateurs Électroniques, a.s.b.l.; siège social : 31, rue Belliard, Bruxelles) et actuellement à l'essai dans les locaux de la Bell Telephone Mfg C°, à Anvers. Les résultats, obtenus avec seize décimales (en point décimal fixe) ont été des plus satisfaisants : au début des calculs, il y a concordance pour les sept premiers chiffres des tables de  $u$ ; pour les tables  $\zeta$  et de  $\xi$ , cette concordance est respectivement de six et cinq chiffres. La précision sur  $\xi$  est nécessairement moindre que sur  $\zeta$  : en effet,  $\xi = u/S$ , et  $S$  est une donnée de bien moindre précision que  $u$ . L'« arrondi » pratiqué tout au long des calculs effectués avec machine de bureau a pour effet de réduire progressivement cette concordance de un, puis finalement de deux chiffres. La correction qui résulterait de ce léger désaccord est entièrement négligeable.

Il reste à examiner maintenant la question de la validité des interpolations linéaires, effectuées pour améliorer les valeurs propres obtenues par des essais successifs à l'aide de la méthode de DEFANT.

Voici d'abord les tableaux des résultats obtenus par ces essais :

1° Mode fondamental.

Essai n°	$\lambda_1$ $10^{-10}\text{cm}^{-1}$	$\Delta\lambda_1$ $= 1,71417 \times 10^{-10}\text{cm}^{-1} - \lambda_1$	$u_{89}$ $10^7 \text{ m}^3$	$\left(\frac{du}{dv}\right)_0$ $10^2 \text{ cm}$	$\Delta\left(\frac{du}{dv}\right)_0$ $= 0,9975810 \times 10^2 \text{ cm} - \left(\frac{du}{dv}\right)_0$
1	1,63995	0,07422	532,4758	0,9976855	-0,0001045
2	1,68027	0,03390	237,7803	0,9976289	-0,0000479
3	1,71807	-0,00390	- 17,7325	0,9975756	0,0000054
4	1,71545	-0,00128	- 8,9276	0,9975793	0,0000017
5	1,71279	0,00138	9,7841	0,9975831	-0,0000021
6	1,71467	-0,00050	- 3,5775	0,9975802	0,0000008
*7	*1,71417	0	0?	0,9975810	0

2° Deuxième mode.

Essai n°	$\lambda_2$ $10^{-10}\text{cm}^{-1}$	$\Delta\lambda_2$ $= 5,88319 \times 10^{-10}\text{cm}^{-1} - \lambda_2$	$u_{89}$ $10^7 \text{ m}^3$	$\left(\frac{du}{dv}\right)_0$ $10^2 \text{ cm}$	$\Delta\left(\frac{du}{dv}\right)_0$ $= 0,9916996 \times 10^2 \text{ cm} - \left(\frac{du}{dv}\right)_0$
1	5,68570	0,19749	-216,8807	0,9919760	-0,0002764
2	5,94180	-0,05861	59,5261	0,9916149	0,0000847
3	5,86153	0,02166	- 22,5656	0,9917281	-0,0000285
4	5,88500	-0,00181	1,8896	0,9916950	0,0000046
*5	*5,88319	0	0	0,9916996	0

3° Troisième mode.

Essai n°	$\lambda_3$ $10^{-10}\text{cm}^{-1}$	$\Delta\lambda_3$ $= 9,813 \times 10^{-10}\text{cm}^{-1} - \lambda_3$	$u_{89}$ $10^7 \text{ m}^3$	$\left(\frac{du}{dv}\right)_0$ $10^2 \text{ cm}$	$\Delta\left(\frac{du}{dv}\right)_0$ $= 0,9861521 \times 10^2 \text{ cm} - \left(\frac{du}{dv}\right)_0$
1	9,110	0,703	379,4011	0,9871446	-0,0009925
2	9,843	-0,030	-16,6580	0,9871095	0,0000426
3	9,420	0,393	218,9797	0,9867066	0,0005545
4	9,813	0	0,1914	0,9861521	0

Les valeurs de  $\lambda$  marquées d'un astérisque sont celles obtenues par interpolation linéaire sur  $u_{89}$  et n'ont plus fait l'objet d'un nouvel essai. La validité du procédé est illustrée par les graphiques page 126. Ces graphiques ont été construits comme suit :

On a porté en abscisse  $\log_{10} (\Delta\lambda + C^{te})$  et en ordonnée  $\log_{10} (u_{89} + C^{te})$  (courbes en trait interrompu) ou  $\log_{10} [\Delta(du/dv)_0 + C^{te}]$  (courbes en pointillé).

L'addition de constantes à  $\Delta\lambda$ ,  $u_{89}$  et  $\Delta(du/dv)_0$  équivaut à une translation des axes pour les deux systèmes de courbes; ces constantes ont été choisies de manière à ce que toutes les quantités d'une même colonne aient le même signe, chose indispensable quand on utilise une échelle logarithmique. Pour le calcul des log, on a encore multiplié les données ainsi modifiées par  $10^{15}$  cm (colonnes des  $\Delta\lambda + C^{te}$ ), par  $10^{-7}$  m<sup>-3</sup> (colonnes des  $u_{89} + C^{te}$ ) <sup>(86)</sup> et par  $-10^5$  cm<sup>-1</sup> (colonnes des  $\Delta(du/dv)_0 + C^{te}$ ). Les  $\Delta\lambda$ ,  $u_{89}$  et  $\Delta(du/dv)_0$  ainsi modifiés sont marqués d'un astérisque dans les tables ci-dessous.

Quant à l'usage de l'échelle logarithmique elle-même, il s'imposait de toute évidence, étant donné les écarts entre les valeurs à porter en abscisse et en ordonnée sur les graphiques.

Les trois constantes ont pour valeurs respectives :

1° Pour le mode fondamental :  $0,00600 \times 10^{-10}$  cm<sup>-1</sup>;  $50 \times 10^7$  m<sup>3</sup>;  $-0,0000100 \times 10^2$  cm.

2° Pour le second mode :  $0,00700 \times 10^{-10}$  cm<sup>-1</sup>;  $-100 \times 10^7$  m<sup>3</sup>;  $-0,0002000 \times 10^2$  cm.

3° Pour le troisième mode :  $0,05000 \times 10^{-10}$  cm<sup>-1</sup>;  $50 \times 10^7$  m<sup>3</sup>;  $0,00010000 \times 10^2$  cm.

On obtient ainsi les trois tableaux suivants, à l'aide desquels on a construit les graphiques; toutes les grandeurs y sont des nombres purs. Il est à remarquer que dans la colonne des  $u_{89}$  on n'a retenu que quatre chiffres significatifs, au lieu des six ou sept chiffres utilisés dans les essais par la méthode de DEFANT.

1° Mode fondamental.

Essai n°	$\Delta\lambda_1^*$	$\log_{10}\Delta\lambda_1^*$	$u_{89}^*$	$\log_{10}u_{89}^*$	$\Delta\left(\frac{du}{dv}\right)_0^*$	$\log_{10}\Delta\left(\frac{du}{dv}\right)_0^*$
1	8.022	3,904	582,50	2,765	1.145	3,059
2	3.990	3,601	287,80	2,459	579	2,763
3	210	2,322	32,27	1,509	46	1,663
4	472	2,674	41,07	1,614	83	1,919
5	738	2,868	59,78	1,777	121	2,083
6	550	2,740	46,42	1,667	92	1,964
7	600	2,778	50,00	1,699	100	2,000

<sup>(86)</sup> Pour le deuxième mode, ce facteur est pris égal à  $-10^{-7}$  m<sup>-3</sup> afin de rendre positives toutes les grandeurs de cette colonne.

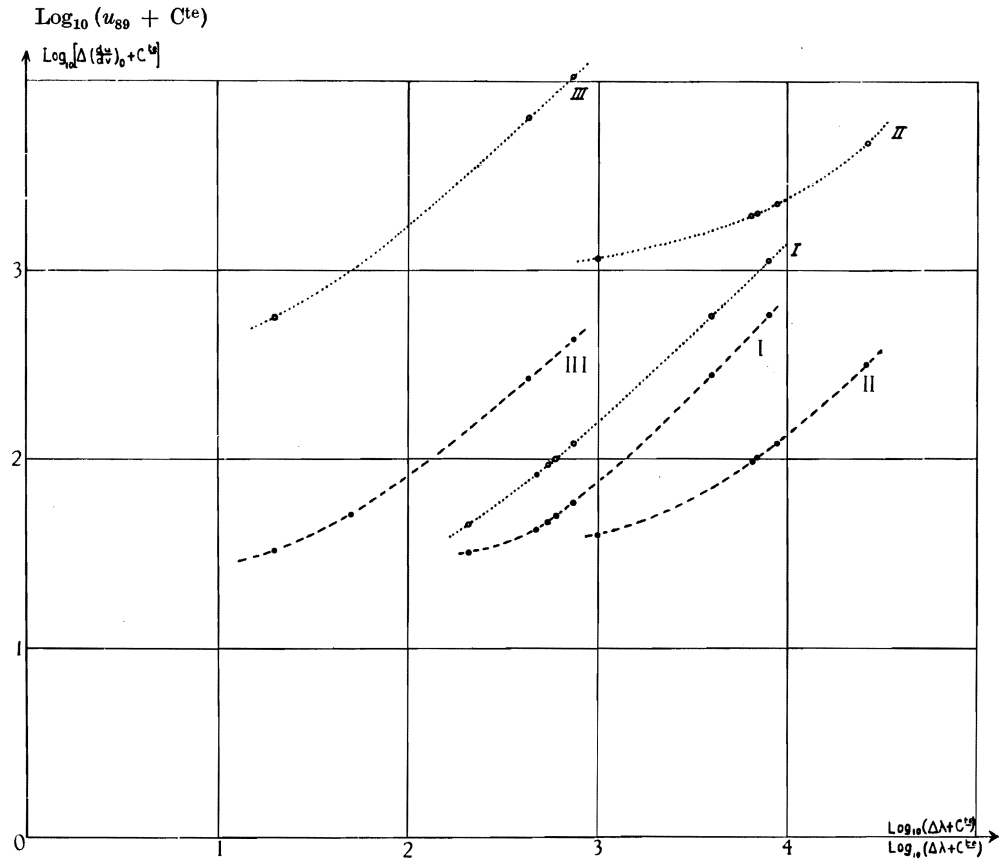


FIG. 15. — Lac Tanganika. Modes d'oscillation longitudinaux (méthode de DEFANT).

Courbes montrant la validité et l'interpolation linéaire pour améliorer la valeur de  $\lambda$  :

- 1) à partir du « résidu »  $u_{89}$  (courbes en trait interrompu);
- 2) à partir de l'inclinaison de la tangente à l'origine à la courbe  $u(v)$  (courbes en pointillé).

En chiffres romains : le mode considéré.

## 2° Deuxième mode.

Essai n°	$\Delta\lambda_2^*$	$\log_{10}\Delta\lambda_2^*$	$u_{89}^*$	$\log_{10}u_{89}^*$	$\Delta\left(\frac{du}{dv}\right)_0^*$	$\log_{10}\Delta\left(\frac{du}{dv}\right)_0^*$
1	26.749	4,427	316,9	2,501	4.764	3,678
2	1.139	3,056	40,47	1,607	1.153	3,062
3	9.166	3,962	122,6	2,088	2.285	3,359
4	6.819	3,834	98,11	1,992	1.952	3,290
5	7.000	3,845	100,00	2,000	2.000	3,301

## 3° Troisième mode.

Essai n°	$\Delta\lambda_3^*$	$\log_{10}\Delta\lambda_3^*$	$u_{89}^*$	$\log_{10}u_{89}^*$	$\Delta\left(\frac{du}{dv}\right)_0^*$	$\log_{10}\Delta\left(\frac{du}{dv}\right)_0^*$
1	753	2,877	429,4	2,633	10.925	4,039
2	20	1,301	33,34	1,523	574	2,759
3	443	2,646	269,0	2,430	6.545	3,816
4	50	1,699	50,19	1,701	1.000	3,000

La très faible courbure des courbes données sur le graphique de la figure 15 semble justifier pleinement l'emploi de l'interpolation linéaire pour l'amélioration de la valeur propre  $\lambda$  à partir d'anciennes valeurs d'essai.

Il est indifférent à cet effet d'utiliser le « résidu »  $u_{89}$  laissé par un  $\lambda$  d'essai, ou bien de se servir de l'inclinaison de la tangente à l'origine à la courbe  $u(v)$ ; les courbes en pointillé et celles en trait interrompu ont des allures entièrement semblables.

e) Vérification de l'orthogonalité des fonctions propres des trois premiers modes. — Pour des raisons de simplicité exposées plus haut (pp. 98-99), on a calculé ici les intégrales :

$$\int_0^a \frac{u_i u_j}{\tau(v)} dv = \int_0^l u_i \xi_j dx \quad (i, j = 1, 2, 3).$$

En procédant par la règle des rectangles, on a obtenu les résultats suivants :

$$\int_0^l u_1 \xi_1 dx = 5.220,2458 \times 10^{16} \text{m}^5;$$

$$\int_0^l u_2 \xi_2 dx = 325,6723 \times 10^{16} \text{m}^5;$$

$$\int_0^l u_3 \xi_3 dx = 584,3774 \times 10^{16} \text{m}^5;$$

$$\int_0^l u_1 \xi_2 dx = -0,0781 \times 10^{16} \text{m}^5;$$

$$\int_0^l u_2 \xi_1 dx = -0,0796 \times 10^{16} \text{m}^5;$$

$$\int_0^l u_2 \xi_3 dx = 0,5086 \times 10^{16} \text{m}^5;$$

$$\int_0^l u_3 \xi_2 dx = 0,5080 \times 10^{16} \text{m}^5;$$

$$\int_0^l u_3 \xi_1 dx = -0,4290 \times 10^{16} \text{m}^5;$$

$$\int_0^l u_1 \xi_3 dx = -0,4295 \times 10^{16} \text{m}^5.$$

Les normes  $N_{ij}$ , racines carrées des produits des trois premières intégrales prises deux à deux, sont respectivement :

$$N_{12} = 1.303,875 \times 10^{16} \text{m}^5; \quad N_{23} = 436,252 \times 10^{16} \text{m}^5; \quad N_{31} = 1.746,595 \times 10^{16} \text{m}^5.$$

Les quotients des intégrales

$$\int_0^l u_i \xi_j dx \quad (i \neq j)$$

(on a calculé séparément, à titre de vérification,

$$\int_0^l u_i \xi_j dx \quad \text{et} \quad \int_0^l u_j \xi_i dx$$

et l'accord des résultats obtenus est pratiquement parfait) par les normes respectives sont :

$$(i = 1, j = 2) : -0,000060,$$

$$(i = 2, j = 3) : 0,001165,$$

$$(i = 3, j = 1) : -0,000246,$$

(au lieu de la valeur zéro prévue par la théorie). Ces résultats permettent de conclure à une orthogonalité quasi rigoureuse des trois premiers modes normaux entre eux.

f) Les graphiques ci-après représentent les fonctions propres  $u_1(v)$ ,  $u_2(v)$  et  $u_3(v)$  (en ordonnée  $u$ , en abscisse  $v$ ), et la distribution des amplitudes  $\zeta$  des seiches correspondantes, tout le long du lac (ordonnée  $\zeta$ , abscisse  $x$ ); ces derniers graphiques montrent comment le deuxième mode affecte surtout l'extrémité nord du lac et comment le troisième mode affecte aussi bien l'extrémité nord que l'extrémité sud, tandis que le fondamental présente des amplitudes à peine plus fortes dans la moitié nord que dans la moitié sud du lac.

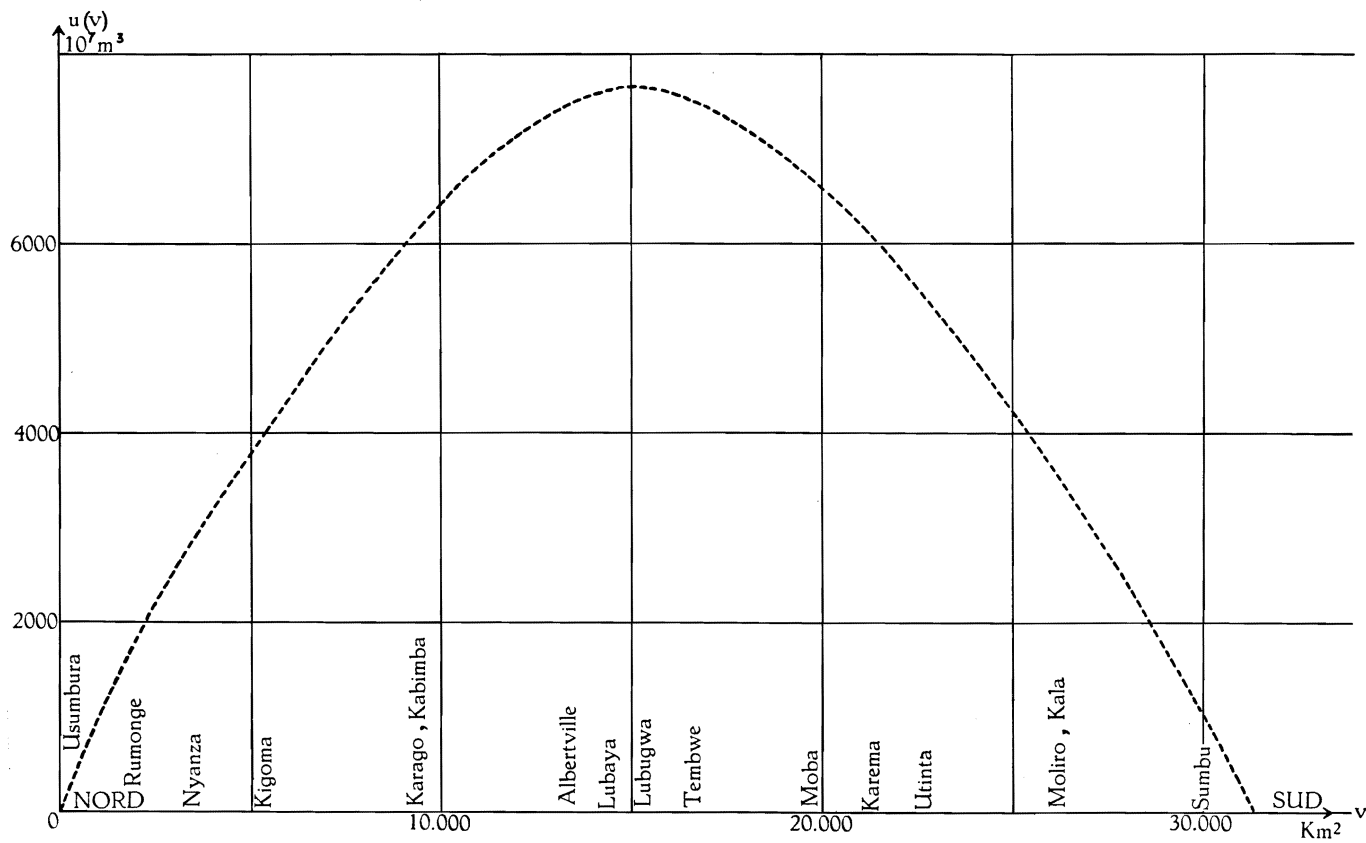


FIG. 16. — Lac Tanganika. Fonction propre du mode fondamental longitudinal.  
(méthode de DEFANT; contour « rectifié »).

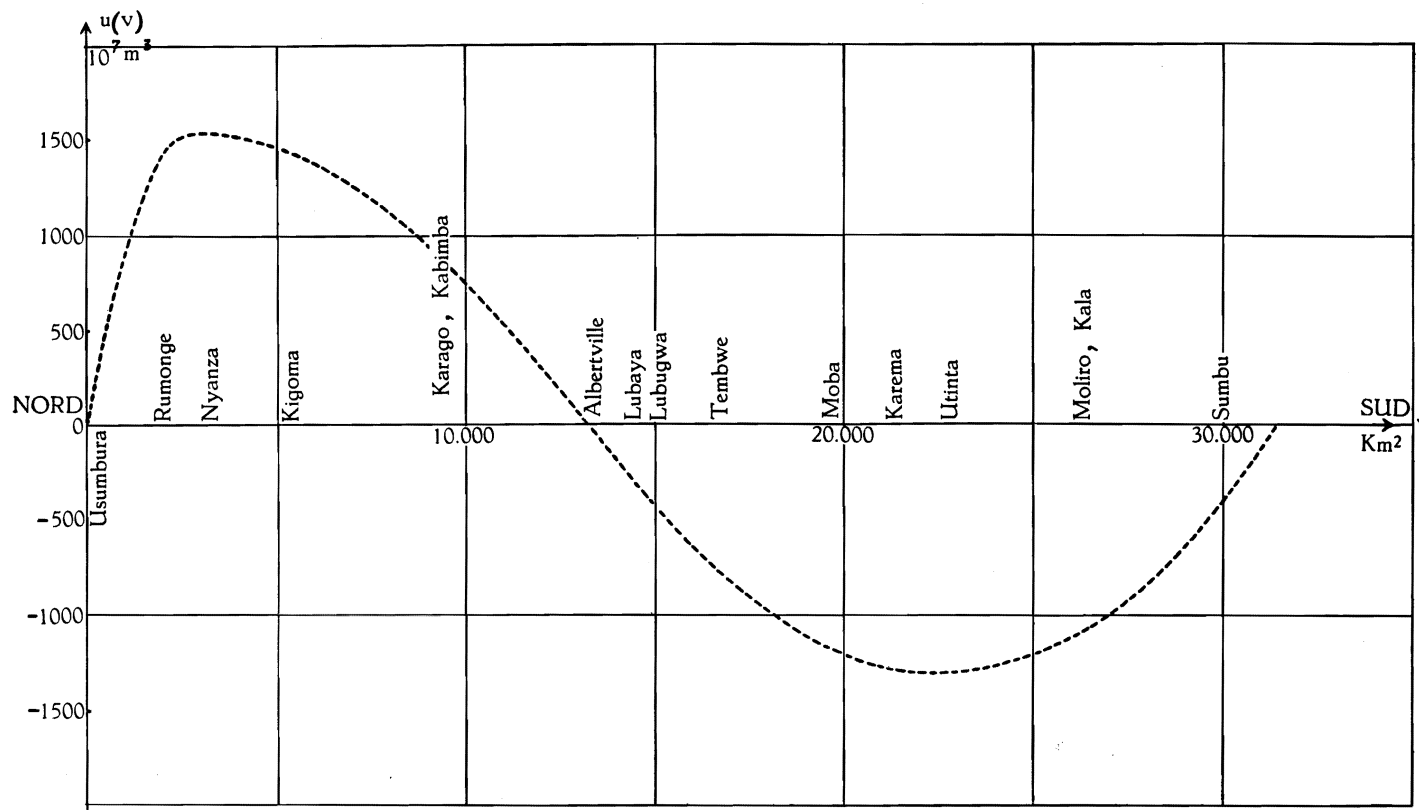


FIG. 17. — Lac Tanganyika. Fonction propre du 2<sup>e</sup> mode longitudinal  
(méthode de DEFANT; contour « rectifié »).



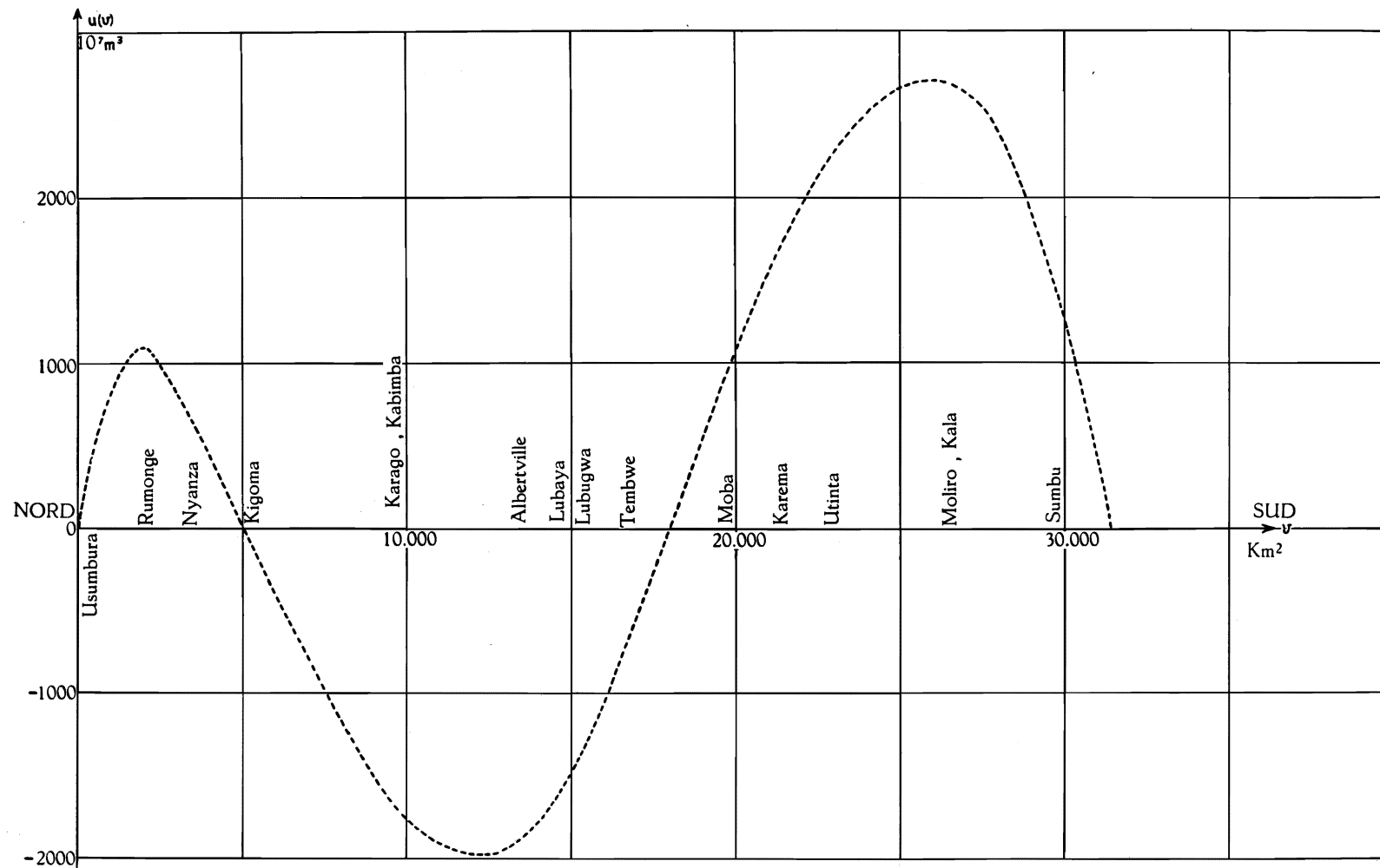


FIG. 18. — Lac Tanganyika. Fonction propre du 3<sup>e</sup> mode longitudinal  
(méthode de DEFANT; contour « rectifié »).

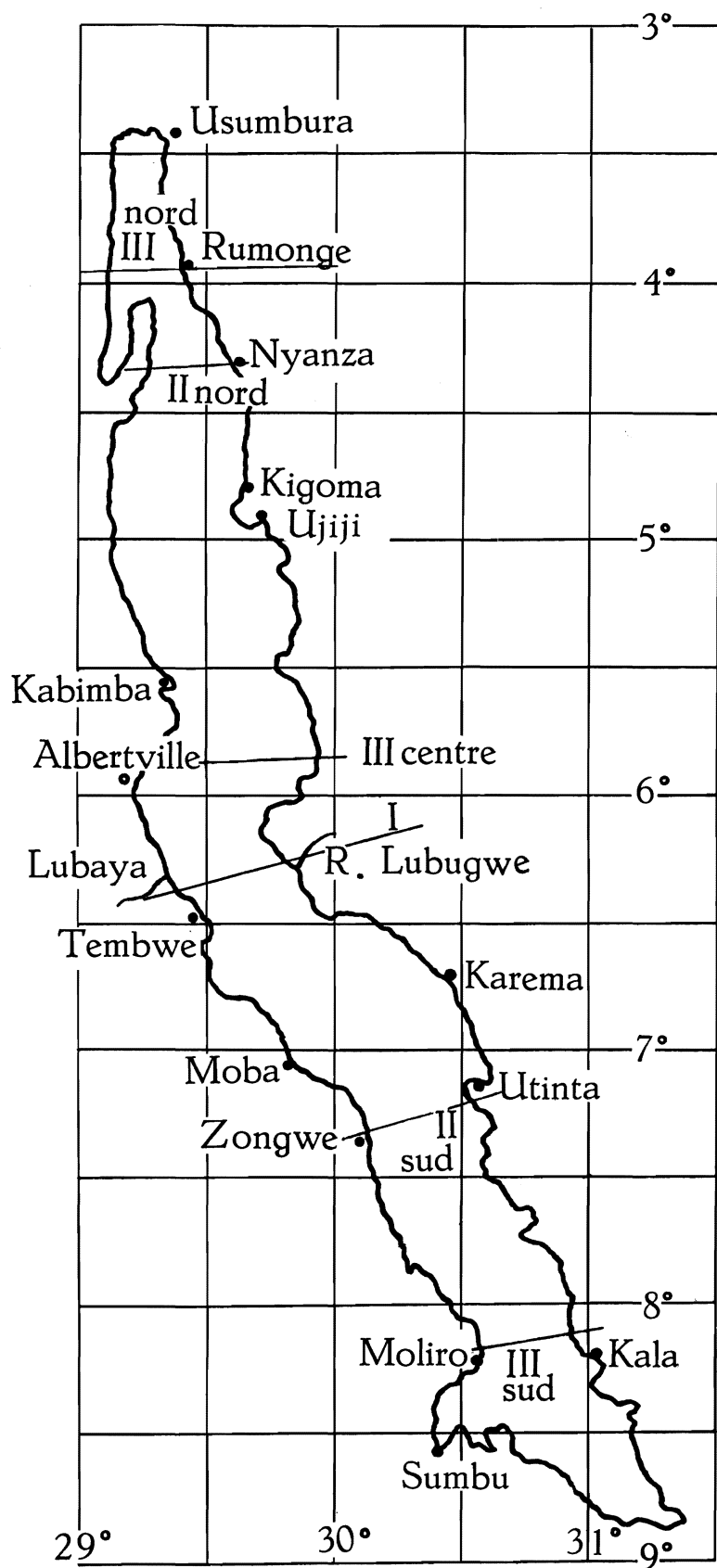


FIG. 19. — Lac Tanganika. Seiches longitudinales globales.  
Positions des lignes nodales obtenues par la méthode de DEFANT (contour « rectifié »).

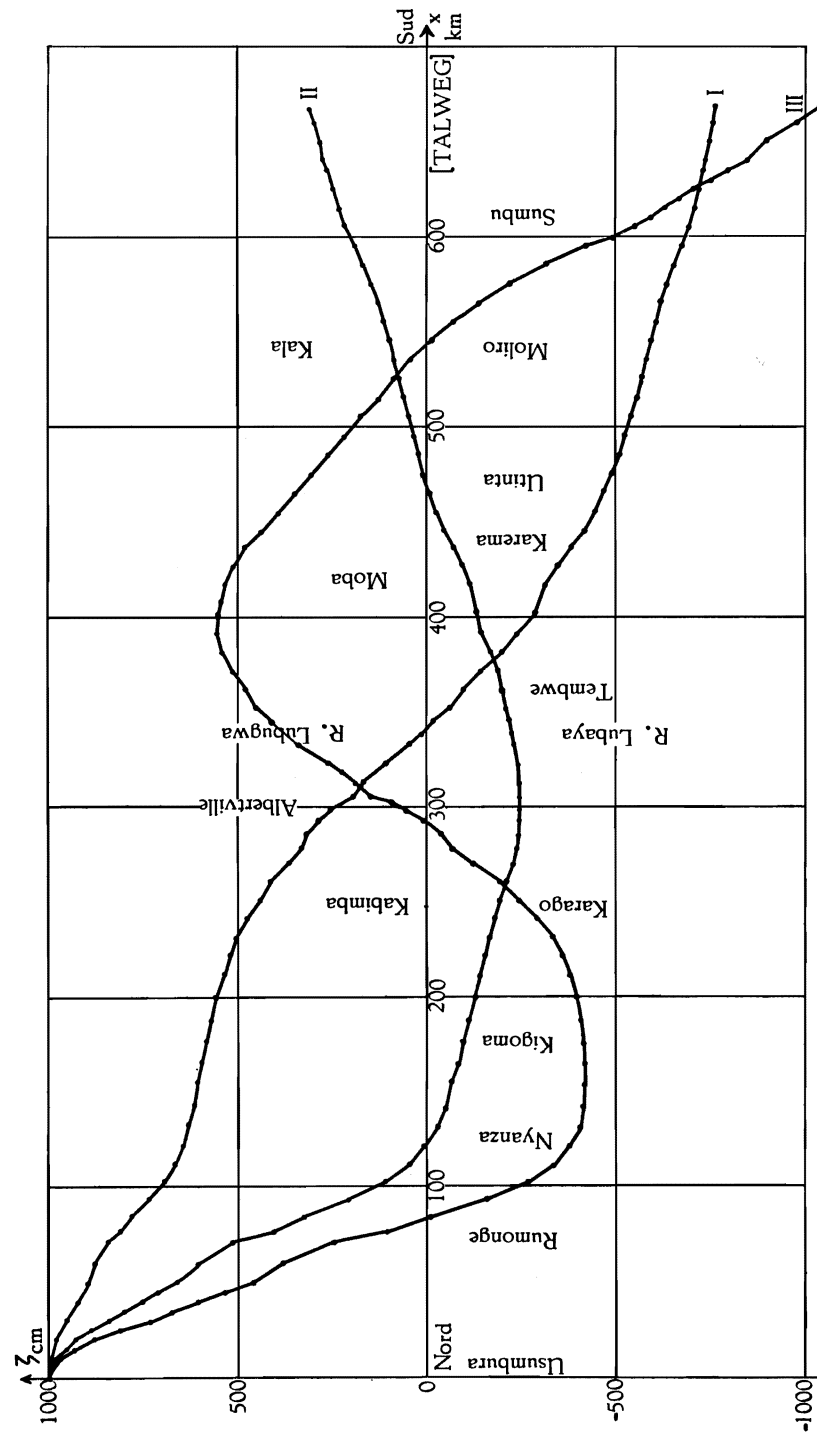


Fig. 20. — Lac Tanganika. Profil des seiches longitudinales globales (méthode de DEFANT; contour « rectifié »).

g) Comparons maintenant les seiches du Tanganika, telles qu'elles ont été obtenues par la méthode de DEFANT, à celles d'un canal à fond plan et à celles d'un canal à fond parabolique. On peut dresser le tableau suivant ( $a$  = surface totale du lac ou canal; les données entre parenthèses se rapportent au Tanganika non « rectifié »).

Lac Tanganika	Canal à fond plan	Canal à fond parabolique
$T_1 = 15.346 \text{ sec (15.694 sec)}$	—	—
Nœud : $v/a = 0,4857 (0,4844)$	Nœud : $v/a = 0,5000$	Nœud : $v/a = 0,5000$
$T_2 = 8.284 \text{ sec (8.429 sec)}$	—	—
$T_2/T_1 = 0,5398 (0,5371)$	$T_2/T_1 = 0,5000$	$T_2/T_1 = 0,5774$
Nœuds : nord : $v/a = 0,1089 (0,1147)$	Nœuds : I : $v/a = 0,2500$	Nœuds : I : $v/a = 0,2113$
sud : $v/a = 0,7231 (0,7365)$	II : $v/a = 0,7500$	II : $v/a = 0,7887$
$T_3 = 6.414 \text{ sec (6.663 sec)}$	—	—
$T_3/T_1 = 0,4180 (0,4245)$	$T_3/T_1 = 0,3333$	$T_3/T_1 = 0,4082$
Nœuds : nord : $v/a = 0,0659 (0,0664)$	Nœuds : I : $v/a = 0,1667$	Nœuds : I : $v/a = 0,1127$
centre : $v/a = 0,3981 (0,4049)$	II : $v/a = 0,5000$	II : $v/a = 0,5000$
sud : $v/a = 0,8331 (0,8424)$	III : $v/a = 0,8333$	III : $v/a = 0,8873$

Le lac Tanganika s'écarte donc fortement des deux types de canaux réguliers envisagés, tant par les rapports des périodes des modes supérieurs à celle du fondamental, que par la distribution des amplitudes et des nœuds (cf. fig. 20). Il faut cependant remarquer que la fonction propre du fondamental,  $u_1(v)$ , ne s'écarte pas notablement d'une sinusoïde; cette propriété sera mise à profit pour le calcul du fondamental par une autre méthode (cf. § 5).

### § 3. CALCUL DES SEICHES PAR LA MÉTHODE VARIATIONNELLE DE W. RITZ-KHIDAKA.

N.B. — Les calculs numériques du présent paragraphe ont été effectués sur un lac non « rectifié ».

Prenons des fonctions d'essai dont les dérivées soient orthogonales afin d'obtenir un déterminant-équation aux valeurs propres séculaires.

Soit

$$\begin{aligned}\psi_1(v) &= \sin \frac{\pi v}{a} \quad (87) & \text{d'où } \psi_1' &= \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi v}{a}; \\ \psi_2(v) &= \sin \frac{2\pi v}{a} & \psi_2' &= \frac{2\pi}{a} \cos \frac{2\pi v}{a}; \\ \psi_3(v) &= \sin \frac{3\pi v}{a} & \psi_3' &= \frac{3\pi}{a} \cos \frac{3\pi v}{a}.\end{aligned}$$

L'intégrale à minimiser est

$$I = \int_0^a \left[ u'^2 - \frac{\lambda u^2}{\sigma(v)} \right] dv \quad \text{où} \quad u = \sum_{i=1}^3 A_i \psi_i(v)$$

( $A_i$  = constantes à déterminer).

Les conditions de minimum s'écrivent

$$\frac{\partial I}{\partial A_i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3),$$

c'est-à-dire :

$$\int_0^a \left[ (A_1 \psi_1' + A_2 \psi_2' + A_3 \psi_3') \cdot \psi_i' - \frac{\lambda}{\sigma(v)} (A_1 \psi_1 + A_2 \psi_2 + A_3 \psi_3) \cdot \psi_i \right] dv = 0 \quad (i = 1, 2, 3).$$

Posons, pour abrégier,

$$\int_0^a \psi_i'^2 dv = [i, i]', \quad \text{et} \quad \int_0^a \frac{\psi_i \psi_j}{\sigma(v)} dv = (i, j).$$

La condition de compatibilité de ces trois équations s'écrit alors, compte tenu de l'orthogonalité des  $\psi_i'$  :

$$\begin{vmatrix} [1,1]' - \lambda(1,1) & -\lambda(1,2) & -\lambda(1,3) \\ -\lambda(2,1) & [2,2]' - \lambda(2,2) & -\lambda(2,3) \\ -\lambda(3,1) & -\lambda(3,2) & [3,3]' - \lambda(3,3) \end{vmatrix} = 0.$$

Les intégrales  $[i, i]'$  se calculent directement; on a :

$$[1,1]' = \frac{\pi^2}{2a}; \quad [2,2]' = \frac{4\pi^2}{2a}; \quad [3,3]' = \frac{9\pi^2}{2a}.$$

Quant aux intégrales  $(i, j)$ , elles doivent être tabulées. On trouve ainsi :

$$\begin{aligned}(1,1) &= 88,4979 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1}; & (1,2) &= 5,3853 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1}; \\ (2,2) &= 83,8396 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1}; & (2,3) &= -2,0172 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1}; \\ (3,3) &= 111,5713 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1}; & (3,1) &= -4,5401 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1}.\end{aligned}$$

(87) Afin de simplifier les écritures, le facteur ayant les dimensions physiques ( $L^3$ ) de  $\psi_i(v)$  (volume balayé) est sous-entendu.

L'équation aux valeurs propres devient ainsi :

$$\begin{vmatrix} (1,51013 \times 10^{-14} \text{ cm}^{-2} & - 5,3853 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1} \cdot \lambda & 4,5401 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1} \cdot \lambda \\ - 88,4979 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1} \cdot \lambda & (6,04052 \times 10^{-14} \text{ cm}^{-2} & 2,0172 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1} \cdot \lambda \\ - 5,3853 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1} \cdot \lambda & - 83,8396 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1} \cdot \lambda & \\ 4,5401 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1} \cdot \lambda & 2,0172 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1} \cdot \lambda & (13,5912 \times 10^{-14} \text{ cm}^{-2} \\ & & - 111,5713 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1} \cdot \lambda) \end{vmatrix} = 0,$$

c'est-à-dire, après simplification par  $10^{-8} \text{ cm}^{-3}$  et toutes réductions faites :

$$\begin{aligned} - 822,592,4 \cdot \lambda^3 + 174,086,36 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-1} \cdot \lambda^2 - 10,003,97 \times 10^{-16} \text{ cm}^{-2} \cdot \lambda \\ + 123,978 \times 10^{-24} \text{ cm}^{-3} = 0. \end{aligned}$$

Les racines de cette équation sont :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1,7038 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}; \\ \lambda_2 &= 7,2385 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}; \\ \lambda_3 &= 12,2209 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}. \end{aligned}$$

On en tire :

$$\begin{aligned} T_1 &= 15,392 \text{ sec.} = 4 \text{ h. } 16 \text{ min. } 32 \text{ sec.} \\ T_2 &= 7,468 \text{ sec.} = 2 \text{ h. } 4 \text{ min. } 28 \text{ sec.} \\ T_3 &= 5,747 \text{ sec.} = 1 \text{ h. } 35 \text{ min. } 47 \text{ sec.} \end{aligned}$$

Les écarts respectifs par rapport aux résultats obtenus par la méthode de DEFANT atteignent pour les valeurs propres : **3,96 %**, **27,42 %** et **34,39 %**, et pour les périodes : **-1,92 %**, **-11,40 %**, **-13,75 %**. On remarque que, conformément à ce qui a été dit page 55, les valeurs propres trouvées ici sont des approximations par excès des valeurs propres exactes; quant aux périodes, elles sont évidemment approchées par défaut.

On voit que les résultats fournis par la méthode de RITZ-HIDAKA sont fort médiocres pour le second et le troisième mode normal; seule la période du fondamental est obtenue avec une précision satisfaisante.

Reste à calculer les constantes  $A_i$ .

En introduisant les valeurs propres  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  dans les équations et en les résolvant par rapport à  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , on trouve les trois systèmes de valeurs suivants :

Mode fondamental :

$$\frac{A_2}{A_1} = 0,01994, \quad \frac{A_3}{A_1} = - 0,0061, \quad \text{d'où} \quad u_1 = \sin \frac{\pi v}{a} + 0,01994 \sin \frac{2\pi v}{a} - 0,0061 \sin \frac{3\pi v}{a}.$$

Deuxième mode :

$$\frac{A_1}{A_2} = -0,0794, \quad \frac{A_3}{A_2} = -0,0217, \quad \text{d'où } u_2 = -0,0794 \sin \frac{\pi v}{a} + \sin \frac{2\pi v}{a} - 0,0217 \sin \frac{3\pi v}{a}.$$

Troisième mode :

$$\frac{A_1}{A_3} = 0,0559, \quad \frac{A_2}{A_3} = 0,0526, \quad \text{d'où } u_3 = 0,0559 \sin \frac{\pi v}{a} + 0,0526 \sin \frac{2\pi v}{a} + \sin \frac{3\pi v}{a}.$$

Etant donné le but des présents calculs (montrer la grande supériorité de la méthode de DEFANT sur celle de RITZ-ΗΙΔΑΚΑ), on n'a pas cru devoir vérifier l'orthogonalité des trois fonctions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  données ici, les calculs étant démesurément longs, puisqu'il s'agit d'une orthogonalité « généralisée » (cf. pp. 29-30).

Le fondamental et le second mode sont représentés de manière satisfaisante par les fonctions  $u_1$  et  $u_2$ .

Recherche des nœuds.

Mode fondamental : L'équation  $\frac{du_1}{dv} = 0$  s'écrit

$$\frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi v}{a} + 0,01994 \cdot \frac{2\pi}{a} \cos \frac{2\pi v}{a} - 0,0061 \cdot \frac{3\pi}{a} \cos \frac{3\pi v}{a} = 0,$$

c'est-à-dire, en simplifiant par  $\pi/a$  et en exprimant  $\cos(2\pi v/a)$  et  $\cos(3\pi v/a)$  en fonction de  $\cos(\pi v/a)$  (que l'on écrira  $z$  pour la simplicité) :

$$-0,0732 z^3 + 0,07976 z^2 + 1,0549 z - 0,03988 = 0.$$

Cette équation possède une racine très voisine de 0,04; les deux autres sont situées en dehors de l'intervalle  $(-1, +1)$ . Le nœud du fondamental se trouve être « très voisin » du milieu du lac, en effet :  $z = 0,04$  donne  $\pi v/a \simeq 1,536$  radian, c'est-à-dire  $v \simeq 0,489 a$ , résultat en très bon accord avec celui obtenu par la méthode de DEFANT ( $v = 0,4844 a$ ), comme le montre la planche III.

Deuxième mode : L'équation  $\frac{du_2}{dv} = 0$  s'écrit de même :

$$-0,2604 z^3 + 4 z^2 + 0,1159 z - 2 = 0,$$

dont les deux racines situées dans l'intervalle  $(-1, +1)$  sont  $z = 0,709$  et  $z = -0,709$ . On en tire  $v/a = 0,2484$  et  $v/a = 0,7516$ , pour les nœuds nord et sud respectivement. Seul le second résultat est comparable à celui trouvé par la méthode de DEFANT (nœud nord :  $v/a = 0,1147$ ; nœud sud :  $v/a = 0,7365$ ), cf. planche III.

Troisième mode : L'équation  $\frac{d u_3}{d v} = 0$  s'écrit :

$$4z^3 + 0,2104 z^2 - 2,9441 z - 0,1052 = 0,$$

et admet pour racines  $z \simeq 0,85$ ,  $z \simeq -0,85$  et  $z \simeq -0,036$ .

On en tire  $v/a = 0,1792$  (nœud nord),  $v/a = 0,4883$  (nœud central),  $v/a = 0,8208$  (nœud sud), alors que la méthode DEFANT avait donné respectivement 0,0661, 0,4049, 0,8424. Le désaccord est à nouveau illustré par la planche III.

On voit donc que, tant pour les périodes que pour les fonctions propres et pour la position des nœuds, les résultats auxquels on aboutit par la méthode variationnelle de RITZ-HIDAKA ne sont satisfaisants que pour le mode fondamental et médiocres pour les modes supérieurs.

Les résultats publiés par P. CALOI et ses élèves dans les « Annali di Geofisica » (cf. pp. 88 sqq) et relatifs aux seiches des lacs italiens confirment invariablement la chose.

#### § 4. CALCUL DE LA PÉRIODE DU MODE FONDAMENTAL PAR LA FORMULE DE DU BOYS.

On a, par cette formule  $T_1 = 2 \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{gh(x)}}$  (cf. p. 9), où  $h(x)$  désigne la profondeur mesurée sur le Talweg (et non une profondeur moyenne pour chaque section droite).

Des mesures effectuées sur la carte du lac fournissent la table suivante :

Section n°	$h(x)$ m	$\sqrt{h(x)}$ $m^{1/2}$	$\frac{\Delta x}{\sqrt{h(x)}}$ $m^{1/2}$	Section n°	$h(x)$ m	$\sqrt{h(x)}$ $m^{1/2}$	$\frac{\Delta x}{\sqrt{h(x)}}$ $m^{1/2}$
1	150	12,2	450,8	16	650	25,5	372,5
2	230	15,1	331,1	17	850	29,2	308,2
3	250	15,8	316,5	18	900	30,0	316,7
4	260	16,1	310,6	19	1.000	31,6	316,0
5	290	17,0	294,1	20	1.100	33,2	301,2
6	305	17,5	285,7	21	1.250	35,4	367,2
7	310	17,6	284,1	22	1.250	35,4	282,5
8	330	18,2	274,7	23	1.310	36,2	317,7
9	300	17,3	289,0	24	1.310	36,2	317,7
10	280	16,7	299,4	25	1.250	35,4	353,1
11	300	17,3	578,0	26	1.250	35,4	324,9
12	350	18,7	588,2	27	1.250	35,4	282,5
13	350	18,7	267,4	28	1.220	34,9	272,2
14	350	18,7	427,8	29	1.200	34,6	289,0
15	500	22,4	424,1	30	1.175	34,3	277,0



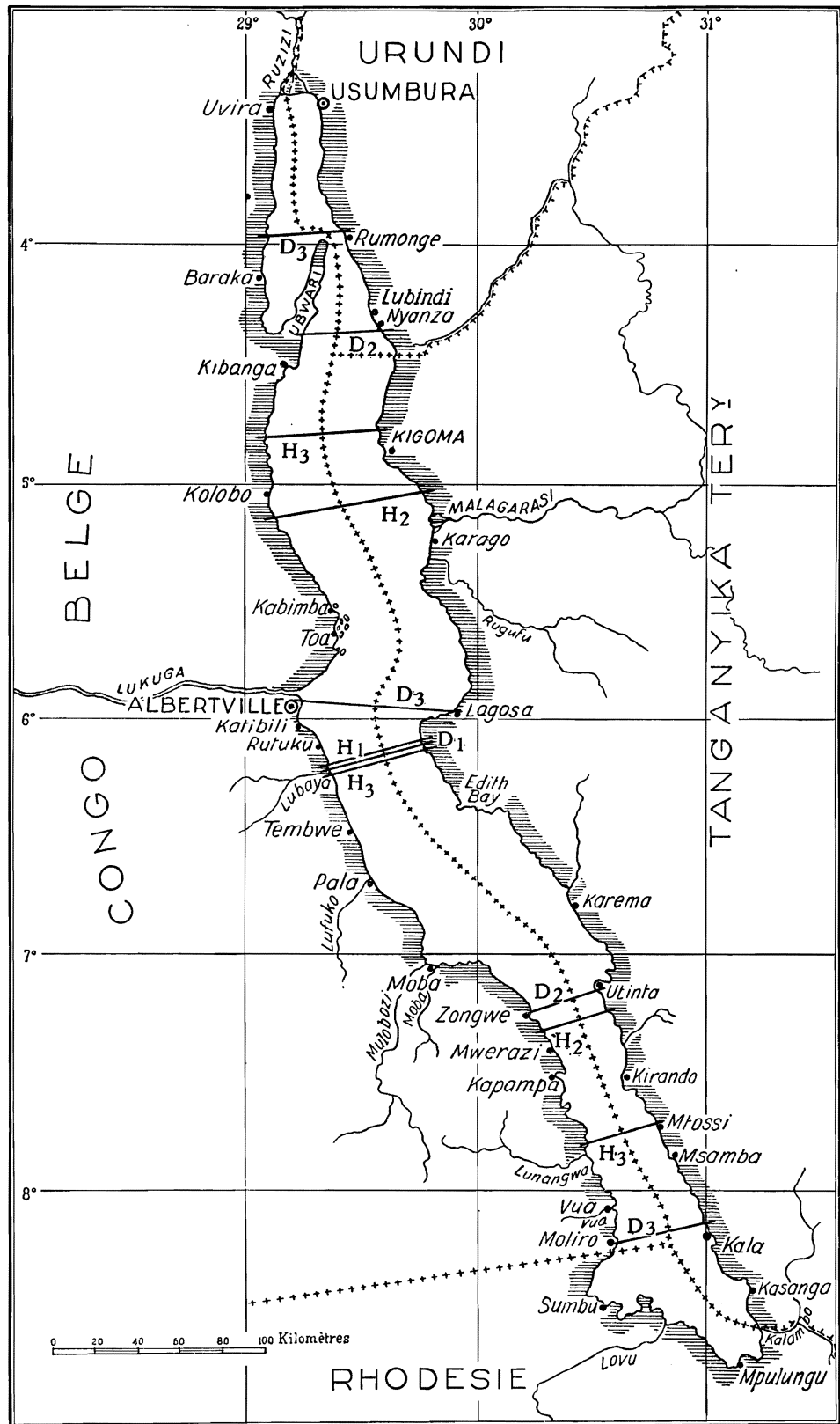


PLANCHE III. — Lac Tanganika.

Seiches longitudinales globales. Positions de lignes nodales obtenues par les méthodes de DEFANT (D) et de HIDAKA (H). L'accord est en général médiocre, sauf pour l'uninœud (D<sub>1</sub> et H<sub>1</sub> coïncident pratiquement) et le binœud sud (H<sub>2</sub> et D<sub>2</sub> sont voisins). Remarquer en outre l'inexactitude du tracé des rives de la presqu'île d'Ubwari et de la baie de Burton (cf. fig. 19 et planche II).

Section n°	$h(x)$ m	$\sqrt{h(x)}$ m <sup>1/2</sup>	$\frac{\Delta x}{\sqrt{h(x)}}$ m <sup>1/2</sup>	Section n°	$h(x)$ m	$\sqrt{h(x)}$ m <sup>1/2</sup>	$\frac{\Delta x}{\sqrt{h(x)}}$ m <sup>1/2</sup>
31	1.150	33,9	295,0	61	700	26,5	358,5
32	1.125	33,5	119,4	62	750	27,4	328,5
33	1.100	33,2	135,5	63	1.000	31,6	316,0
34	1.070	32,7	137,6	64	1.400	37,4	267,4
35	1.035	32,2	124,2	65	1.450	38,1	262,5
36	1.000	31,6	237,3	66	1.450	38,1	262,5
37	800	28,3	265,0	67	1.400	37,4	267,4
38	750	27,4	182,5	68	1.400	37,4	267,4
39	700	26,5	188,7	69	1.400	37,4	267,4
40	700	26,5	56,6	70	1.400	37,4	254,0
41	750	27,4	127,7	71	1.300	36,1	277,0
42	850	29,2	171,2	72	1.250	35,4	268,4
43	885	29,7	168,4	73	1.250	35,4	282,5
44	900	30,0	166,7	74	1.100	33,2	301,2
45	900	30,0	183,3	75	950	30,8	324,7
46	885	29,7	168,4	76	800	28,3	353,4
47	850	29,2	171,2	77	750	27,4	365,0
48	850	29,2	239,7	78	750	27,4	182,5
49	850	29,2	239,7	79	700	26,5	188,7
50	850	29,2	342,5	80	650	25,5	215,7
51	850	29,2	325,4	81	600	24,5	204,1
52	850	29,2	171,2	82	500	22,4	223,2
53	850	29,2	171,2	83	450	21,2	235,8
54	850	29,2	171,2	84	450	21,2	235,8
55	850	29,2	188,4	85	400	20,0	250,0
56	800	28,3	176,7	86	350	18,7	267,4
57	800	28,3	194,3	87	350	18,7	534,7
58	750	27,4	182,5	88	200	14,1	709,2
59	700	26,5	358,5	89	65	8,1	925,9
60	700	26,5	358,5				

Le total des colonnes  $\Delta x/\sqrt{h(x)}$  est égal à 25.335,2 m<sup>1/2</sup> ; multiplions par  $2/\sqrt{g} = 0,639553$  m<sup>-1/2</sup> sec. : il vient :  $T_1 = 16.203$  sec., c'est-à-dire 4 h. 30 min. 3 sec., valeur qui excède de 5,6 % celle trouvée par la méthode de DEFANT. Ce résultat est satisfaisant, étant donné que l'estimation de  $h(x)$  sur le Talweg est souvent malaisée sur une carte qui ne donne que les courbes isobathes et que les dernières sections (à l'extrémité sud du lac), très peu profondes, et dont l'influence sur la période d'oscillation fondamentale est par suite faible, voient ici leur rôle exagéré (cf. les valeurs de  $\Delta x/\sqrt{h(x)}$  pour les sections 87 à 89 !); l'erreur (c'est-à-dire l'écart par rapport au résultat trouvé par la méthode de DEFANT, considéré comme « exact ») est précisément de l'ordre de 1.500 m<sup>1/2</sup> sur la somme des  $\Delta x/\sqrt{h(x)}$ .

Remarque. — Il semblerait à première vue qu'on pourrait remplacer la

formule de DU BOYS par la formule

$$T_1 = 2 \int_0^a \frac{dv}{\sqrt{g\sigma(v)}},$$

obtenue en multipliant numérateur et dénominateur dans la formule de DU BOYS par  $b(x)$  : en effet

$$v(x) = \int_0^x b(x) dx, \quad S(x) = b(x) \cdot h(x), \quad S(x) \cdot b(x) = \sigma(v).$$

Mais cela revient à prendre pour  $h(x)$  une profondeur moyenne, et non une profondeur mesurée sur le Talweg, puisque l'égalité  $S(x) = b(x) \cdot h(x)$  n'a lieu que si  $h(x)$  désigne une profondeur moyenne pour la section droite (cf. p. 9).

A titre de vérification, on a fait le calcul et l'on a trouvé :

$$\sum \frac{\Delta v}{\sqrt{\sigma(v)}} = 29.415,77 \text{ m}^{1/2} \quad \text{d'où} \quad T_1 = 18.812 \text{ sec.} = 5 \text{ h. } 13 \text{ min. } 32 \text{ sec.},$$

soit une valeur qui excède de **22,6 %** celle trouvée par la méthode de DEFANT; un tel résultat est évidemment inacceptable.

### § 5. CALCUL DE LA PÉRIODE DU MODE FONDAMENTAL PAR LA MÉTHODE DE L'ÉQUATION INTÉGRALE DE FREDHOLM <sup>(88)</sup>.

On a montré comment l'équation de CHRYSTAL

$$\frac{d^2u}{dv^2} + \frac{\lambda u}{\sigma(v)} = 0, \tag{I.10}$$

avec ses conditions-frontière  $u(0) = u(a) = 0$ , peut se transformer en une équation intégrale de FREDHOLM

$$u(v) + \lambda \int_0^a \frac{u(z) K(v,z)}{\sigma(z)} dz = 0, \tag{II.7}$$

et comment  $\lambda$  s'obtient par itération, à partir d'une fonction d'essai  $u_{(1)}(v)$ , les valeurs successives  $\lambda'$ ,  $\lambda''$  etc., ainsi trouvées convergeant vers la valeur propre cherchée.

---

<sup>(88)</sup> Pour l'exposé de cette méthode, cf. pp. 77 sqq.

Prenons comme valeur d'essai  $u_{(1)}(v) = \sin(\pi v/a)$  (le facteur donnant à  $u_{(1)}(v)$  les dimensions d'un volume étant à nouveau sous-entendu). La fonction de GREEN  $G(v, z)$  de l'équation de CHRYSTAL est, compte tenu des conditions-frontière :

$$G(v, z) = \frac{v-a}{a} \cdot z \quad \text{pour } z \leq v,$$

$$G(v, z) = \frac{z-a}{a} \cdot v \quad \text{pour } z \geq v \text{ }^{(89)}.$$

Prenons comme valeur fixe de  $v$ ,  $v_0 = a/2$ ; le noyau  $K(v, z)$  de l'équation intégrale prend ainsi la forme très simple

$$K(v_0, z) = -\frac{1}{2} z \quad \text{pour } z \leq \frac{a}{2},$$

$$K(v_0, z) = -\frac{1}{2} (a-z) \quad \text{pour } z \geq \frac{a}{2}.$$

Si l'on pose  $u_{(1)}(a/2) = 1$ , l'équation en  $\lambda$  devient :

$$1 = \lambda \int_0^{a/2} \frac{\frac{1}{2} z \sin \frac{\pi z}{a}}{\sigma(z)} dz + \lambda \int_{a/2}^a \frac{\frac{1}{2} (a-z) \sin \frac{\pi z}{a}}{\sigma(z)} dz.$$

Il suffit maintenant de tabuler les deux intégrales pour trouver une première valeur approchée de  $\lambda$ . On obtient :

Section n°	$\frac{z}{\sigma(z)}$ $10^{-6} \text{ cm}^{-1}$	$\frac{\frac{1}{2} z \cdot \sin \frac{\pi z}{a}}{\sigma(z)} \Delta z$ $10^4 \text{ cm}$	Section n°	$\frac{z}{\sigma(z)}$ $10^{-6} \text{ cm}^{-1}$	$\frac{\frac{1}{2} z \cdot \sin \frac{\pi z}{a}}{\sigma(z)} \Delta z$ $10^4 \text{ cm}$
1	20,21	13,43	16	55,40	1.673,26
2	29,88	46,25	17	35,08	1.521,70
3	47,37	101,73	18	28,03	2.058,26
4	60,99	174,12	19	18,19	1.769,84
5	74,21	232,97	20	14,32	2.004,86
6	76,96	282,67	21	14,89	2.024,26
7	67,82	305,34	22	15,76	2.425,24
8	65,44	373,08	23	16,90	2.341,62
9	71,00	474,27	24	21,39	3.095,44
10	76,55	638,76	25	18,71	3.648,05
11	62,36	992,74	26	20,05	4.055,54
12	58,97	1.742,16	27	24,18	5.104,37
13	178,60	2.303,75	28	36,51	7.460,31
14	136,41	2.594,02	29	54,75	12.219,56
15	83,73	2.397,27	30	47,69	9.612,48

<sup>(89)</sup> Cf. COLLATZ, L., *Eigenwertprobleme und ihre Numer. Behandlung*, Chelsea, New-York, 1948, pp. 78, 83.

Section n°	$\frac{z}{\sigma(z)}$	$\frac{\frac{1}{2} z \cdot \sin \frac{\pi z}{a}}{\sigma(z)} \Delta z$	Section n°	$\frac{z}{\sigma(z)}$	$\frac{\frac{1}{2} z \cdot \sin \frac{\pi z}{a}}{\sigma(z)} \Delta z$
	$10^{-6} \text{ cm}^{-1}$	$10^4 \text{ cm}$		$10^{-6} \text{ cm}^{-1}$	$10^4 \text{ cm}$
31	64,03	13.023,28	41	79,61	8.594,58
32	76,70	8.010,24	42	86,46	14.672,74
33	75,25	7.897,19	43	125,15	18.185,48
34	54,97	7.083,74	44	140,53	18.825,47
35	51,53	7.064,40	45	159,45	19.198,91
36	57,79	15.103,88	46	173,66	20.345,83
37	67,83	19.013,36	47	190,49	20.066,55
38	77,07	13.028,53	48	179,76	23.359,45
39	93,71	15.809,85	48bis	121,24	17.579,80
40	108,67	5.493,18	( <sup>90</sup> )		

Section n°	$\frac{a-z}{\sigma(z)}$	$\frac{\frac{1}{2} (a-z) \cdot \sin \frac{\pi z}{a}}{\sigma(z)} \Delta z$	Section n°	$\frac{a-z}{\sigma(z)}$	$\frac{\frac{1}{2} (a-z) \cdot \sin \frac{\pi z}{a}}{\sigma(z)} \Delta z$
	$10^{-6} \text{ cm}^{-1}$	$10^4 \text{ cm}$		$10^{-6} \text{ cm}^{-1}$	$10^4 \text{ cm}$
49	120,51	1.385,86	70	21,40	2.979,95
50	95,78	22.957,32	71	21,35	2.967,56
51	93,28	21.862,00	72	24,48	3.020,63
52	67,68	9.031,05	73	22,92	2.405,83
53	56,50	8.985,52	74	31,99	2.926,27
54	52,20	8.713,38	75	37,15	2.997,33
55	48,67	8.678,60	76	33,39	2.483,05
56	51,70	7.723,26	77	27,52	1.760,18
57	50,97	7.040,22	78	22,06	682,53
58	52,56	6.427,74	79	20,86	613,91
59	53,92	13.763,49	80	15,82	462,97
60	47,50	14.018,79	81	20,10	470,96
61	55,62	15.251,75	82	21,93	382,24
62	49,25	12.522,78	83	21,72	339,43
63	36,03	8.636,51	84	20,48	266,43
64	31,66	7.404,57	85	29,13	294,60
65	35,06	6.763,74	86	26,18	220,56
66	34,04	5.609,15	87	25,59	228,32
67	30,18	4.567,78	88	18,84	48,90
68	26,66	4.074,90	[89	1	0]
69	22,91	3.227,34			

La somme des deux intégrales est égale à  $569.240,91 \times 10^4 \text{ cm}$ .

(<sup>90</sup>) La division 48bis est une division supplémentaire (où  $v = 15.713 \text{ km}^2$ ), qu'il était nécessaire d'introduire afin de pouvoir calculer les deux intégrales cherchées en tenant compte de leurs limites exactes; en effet, le point  $a/2$  tombe entre la 48<sup>e</sup> et la 49<sup>e</sup> division (cf. p. 111).

On en tire  $\lambda_1 = 1,756725 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$ , d'où  $T_1 = 15.159 \text{ sec.} = 4 \text{ h. } 12 \text{ min. } 39 \text{ sec.}$  En comparant ces résultats à ceux trouvés par la méthode de DEFANT, on voit que l'écart sur la valeur propre  $\lambda_1$  est de 2,48 % seulement, et de —1,22 % sur la période  $T_1$ .

Ce résultat est d'une précision extraordinaire, due vraisemblablement au fait que la fonction propre  $u_1(v)$  du mode fondamental se trouve (par hasard) être très peu différente d'une sinusoïde, comme semblait déjà le montrer la courbe obtenue par la méthode de DEFANT, et comme le confirme le résultat trouvé par le procédé RITZ-HIDAKA (cf. pp. 136-137). La chose vaut en tout cas la peine d'être examinée; à cet effet, on a dressé, dans les pages qui suivent, une table où sont données en regard l'une de l'autre les fonctions  $u_1(v)$  (méthode de DEFANT) et  $\sin(\pi v/a)$ ; une courbe complète la comparaison.

On peut ainsi se rendre compte combien la fonction  $u_1(v)$  diffère peu d'une sinusoïde.

Pour les modes supérieurs, le procédé de l'équation intégrale de FREDHOLM ne semble guère pratique. Un essai a été fait pour le second mode, en prenant comme première fonction d'essai :  $u_2(v) = \sin(2\pi v/a)$ ; le résultat est très peu satisfaisant : l'erreur sur  $\lambda_2$  est de l'ordre de 50 %. On pouvait du reste plus ou moins s'y attendre, étant donné que la fonction d'essai utilisée devait être, à en juger par la courbe dressée à partir des résultats trouvés par la méthode de DEFANT, une approximation fort grossière. Des itérations répétées auraient sans doute permis d'améliorer ce résultat, mais la longueur démesurée des calculs que cela nécessite enlève à la méthode de son intérêt pratique.

Voici encore, pour finir, la table de comparaison annoncée pour les fonctions  $u_1(v)$  (méthode de DEFANT) et  $\sin(\pi v/a)$ .

Afin de faire prendre à la première la valeur 1 au point  $v = a/2 = 15.713 \text{ km}^2$ , elle a été multipliée par  $1,30668 \times 10^{-11} \text{ m}^{-3}$  (valeur tirée de la table des pages 114-115); la comparaison est ainsi grandement facilitée.

Section n°	$v$ km <sup>2</sup>	$\sin \frac{\pi v}{a}$	$u_1(v)$	Section n°	$v$ km <sup>2</sup>	$\sin \frac{\pi v}{a}$	$u_1(v)$
1	114	0,01140	0,01490	11	1.420	0,1415	0,1750
2	242	0,02419	0,03154	12	1.758	0,1748	0,2124
3	361	0,03609	0,04692	13	1.895	0,1883	0,2269
4	480	0,04798	0,06216	14	2.083	0,2023	0,2460
5	587	0,05868	0,07569	15	2.331	0,2309	0,2697
6	693	0,0692	0,0889	16	2.569	0,2538	0,2914
7	805	0,0804	0,1027	17	2.875	0,2835	0,3181
8	928	0,0927	0,1176	18	3.325	0,3263	0,3563
9	1.055	0,1052	0,1327	19	3.844	0,3749	0,3991
10	1.195	0,1192	0,1491	20	4.489	0,4340	0,4512

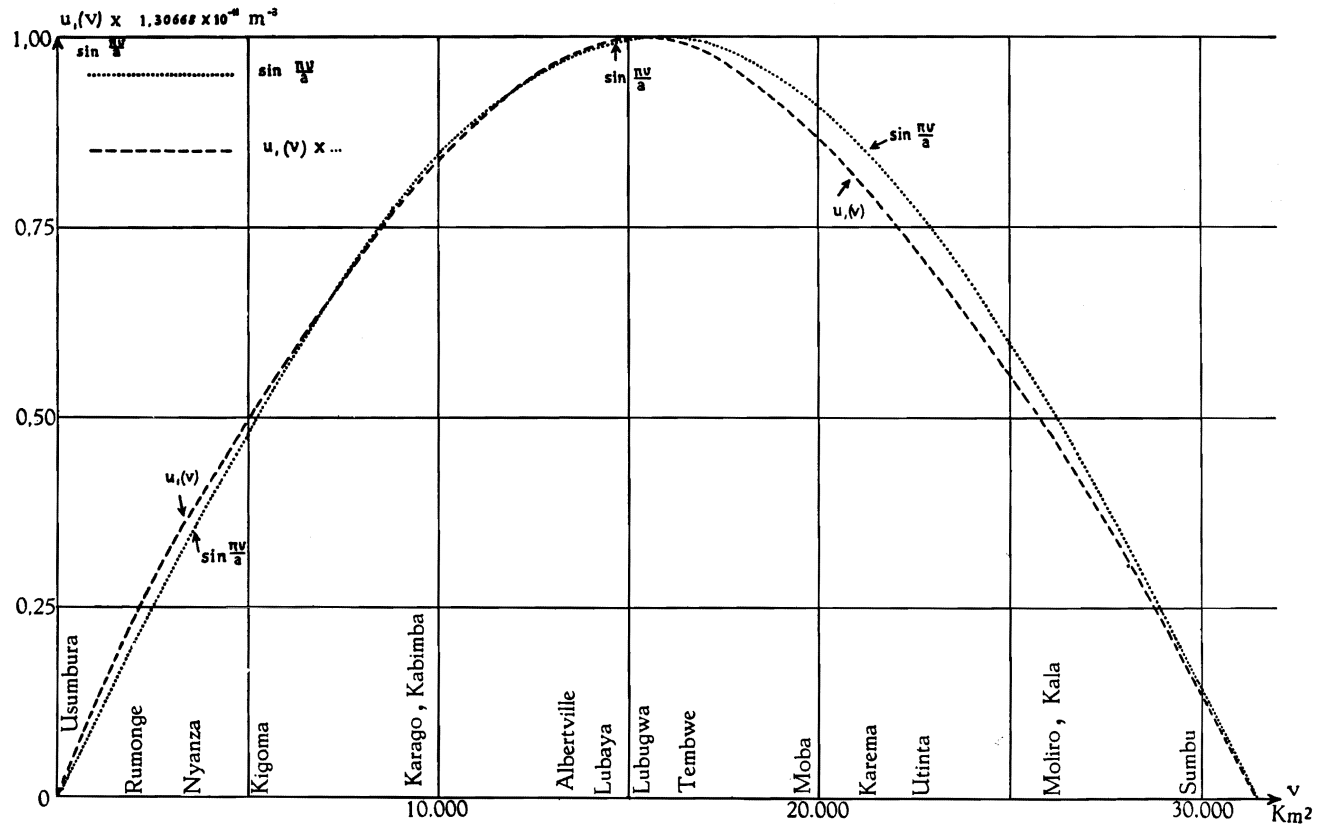


FIG. 21. — Lac Tanganika (contour « rectifié »).

Comparaison de la fonction propre du mode fondamental longitudinal  $u_1(v)$  (méthode de DEFANT) avec la fonction  $\sin(\pi v/a)$ .

Section n°	$v$ km <sup>2</sup>	$\sin \frac{\pi v}{a}$	$u_1(v)$	Section n°	$v$ km <sup>2</sup>	$\sin \frac{\pi v}{a}$	$u_1(v)$
21	5.051	0,4838	0,4959	56	18.293	0,9669	0,9357
22	5.628	0,5334	0,5407	57	18.581	0,9592	0,9254
23	6.111	0,5736	0,5775	58	18.838	0,9517	0,9155
24	6.584	0,6119	0,6101	59	19.385	0,9333	0,8933
25	7.177	0,6576	0,6557	60	20.035	0,9081	0,8639
26	7.755	0,6999	0,6963	61	20.658	0,8803	0,8330
27	8.326	0,7395	0,7351	62	21.256	0,8504	0,8006
28	8.854	0,7740	0,7697	63	21.842	0,8181	0,7667
29	9.363	0,8052	0,8015	64	22.440	0,7822	0,7302
30	9.847	0,8329	0,8294	65	22.955	0,7492	0,6975
31	10.321	0,8582	0,8551	66	23.414	0,7180	0,6672
32	10.561	0,8703	0,8669	67	23.855	0,6864	0,6372
33	10.799	0,8819	0,8782	68	24.324	0,6518	0,6043
34	11.087	0,8949	0,8912	69	24.781	0,6165	0,5714
35	11.389	0,9079	0,9047	70	25.263	0,5778	0,5359
36	11.951	0,9301	0,9275	71	25.783	0,5346	0,4968
37	12.541	0,9502	0,9496	72	26.285	0,4916	0,4581
38	12.893	0,9605	0,9612	73	26.751	0,4505	0,4215
39	13.241	0,9696	0,9714	74	27.197	0,4102	0,3855
40	13.345	0,9721	0,9740	75	27.633	0,3701	0,3495
41	13.566	0,9770	0,9793	76	28.087	0,3276	0,3108
42	13.911	0,9838	0,9867	77	28.536	0,2849	0,2716
43	14.205	0,9885	0,9920	78	28.772	0,2622	0,2504
44	14.475	0,9923	0,9957	79	29.019	0,2383	0,2281
45	14.717	0,9951	0,9982	80	29.296	0,2113	0,2029
46	14.952	0,9971	0,9996	81	29.547	0,1867	0,1798
47	15.163	0,9985	0,9999	82	29.757	0,1660	0,1603
48	15.423	0,9996	0,9992	83	29.973	0,1447	0,1402
49	15.736	1,0000	0,9967	84	30.183	0,1239	0,1203
50	16.216	0,9987	0,9906	85	30.376	0,1048	0,1020
51	16.687	0,9952	0,9819	86	30.574	0,0851	0,0830
52	16.956	0,9921	0,9755	87	30.946	0,04797	0,04690
53	17.278	0,9878	0,9671	88	31.261	0,01648	0,01592
54	17.618	0,9819	0,9573	89	31.426	0,0000	-0,00047
55	17,984	0,9744	0,9460				

### § 6. PREMIERS RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

Au moment de l'impression de ce travail (octobre 1955), des limnogrammes enregistrés à la station d'Usumbura pendant l'été 1955 nous ont été communiqués par M. CH. MANNEBACK; ces enregistrements, quoique fort imparfaits et partiels, semblent révéler nettement des périodes d'oscillation voisines de 4 h. 30 min., 2 h. 15 min. et 1 h. 40 min.; il pourrait s'agir là des trois premiers



modes globaux calculés dans ce chapitre IV. Il faudra toutefois attendre la publication de limnogrammes enregistrés sur tout le pourtour du lac avant de pouvoir conclure à un accord entre la théorie et l'expérience.

## CHAPITRE V.

### LES SEICHES LONGITUDINALES PARTIELLES DU LAC TANGANIKA.

Outre les seiches longitudinales, il faut s'attendre à ce que le lac Tanganika, à cause de sa longueur et de la disposition même de ses masses d'eau, soit le siège de seiches longitudinales partielles, affectant de manière particulière tel ou tel de ses « bassins ».

L'examen de la courbe normale du lac montre que celui-ci peut être considéré comme composé de deux grands bassins principaux, de superficies sensiblement égales : le bassin nord (15.535 km<sup>2</sup>) et le bassin sud (16.263 km<sup>2</sup>), reliés entre eux par l'étranglement de Lubaya-Lubugwe.

Dans le bassin nord, on peut encore distinguer :

le « golfe » d'Uvira-Rumonge, qui constitue l'extrémité nord du lac (au nord de la ligne Rumonge-Cap Banza);

la baie de Burton, qui prolonge vers le sud-ouest le « golfe » précédent;

le reste du bassin nord (depuis Rumonge jusqu'à l'étranglement Lubaya-Lubugwe). Il est vrai que la courbe normale y présente encore un minimum accusé autour de la ligne Kabimba-Karago, mais il paraît difficile d'y voir un véritable étranglement ou même un seuil.

Le bassin sud, au contraire, forme un seul tout, malgré quelques minima peu marqués de la courbe normale, à hauteur de Karema, Utinta et Moliro. Il est intéressant de remarquer que si l'on considère le lac comme une seule masse d'eau (comme on l'a fait au chapitre précédent) oscillant dans son entièreté, le nœud du mode fondamental se trouve précisément au voisinage de l'étranglement Lubaya-Lubugwe.

L'examen de la courbe d'impédance au voisinage des deux principaux étranglements (celui de Rumonge et celui de Lubaya-Lubugwe), pour chacun des trois modes normaux étudiés dans le chapitre précédent, va permettre de décider dans quelle mesure la division en bassins proposée ci-dessus correspond à une réalité physique.

Une fois cette question tranchée, chacun des bassins partiels sera éventuellement étudié séparément, en étant considéré comme ouvert, à une seule ou aux deux extrémités, suivant la place qu'il occupe dans le complexe du Tanganika. La disposition particulière des masses d'eau, toujours très considérables et étalées en longueur, ainsi que l'étroitesse (relative !) des étranglements ou seuils par lesquels les bassins communiquent entre eux, permettra sans doute de traiter ces derniers comme s'ils débouchaient sur des masses d'eau infinies;